

Сверхпроводимость: столетие открытий, надежд и разочарований



А.А.Варламов

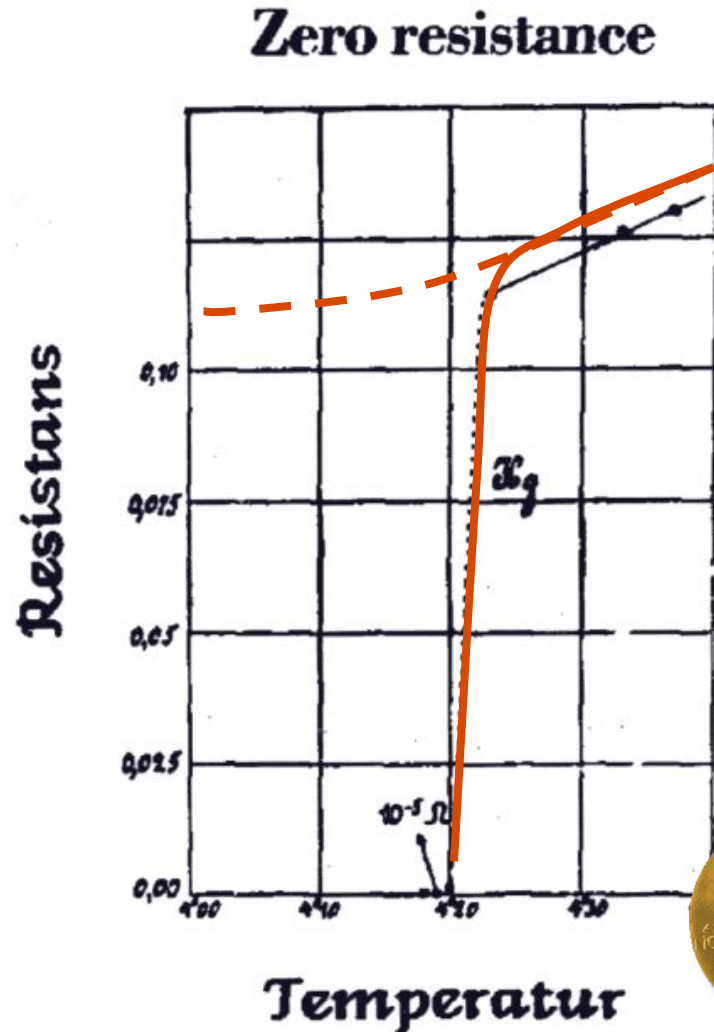
Institute of Superconductivity and Innovative Materials, Italy,

«Сверхпроводящие метаматериалы», МИСиС, Москва

1911: открытие явления сверхпроводимости



- Обнаружена **Kamerlingh Onnes** в 1911 году при первых низкотемпературных измерениях с с жидким гелием
- Измеряя сопротивление “чистой” Hg в зависимости от температуры **КО** заметил, что оно падает до нуля при 4.2K
- В 1912 **КО** обнаружил, что резистивное состояние восстанавливается в магнитном поле или при пропускании тока



1913

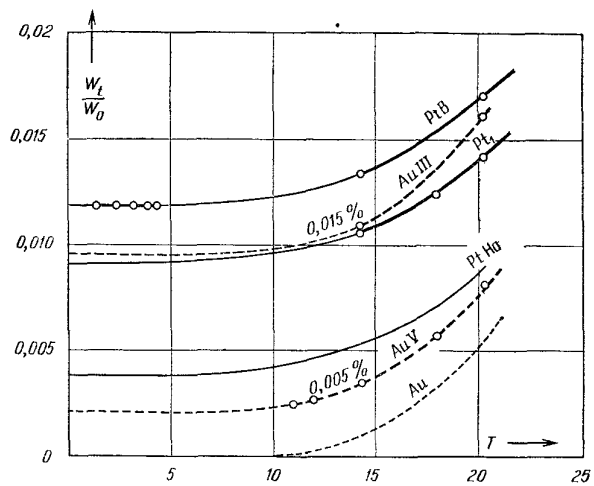
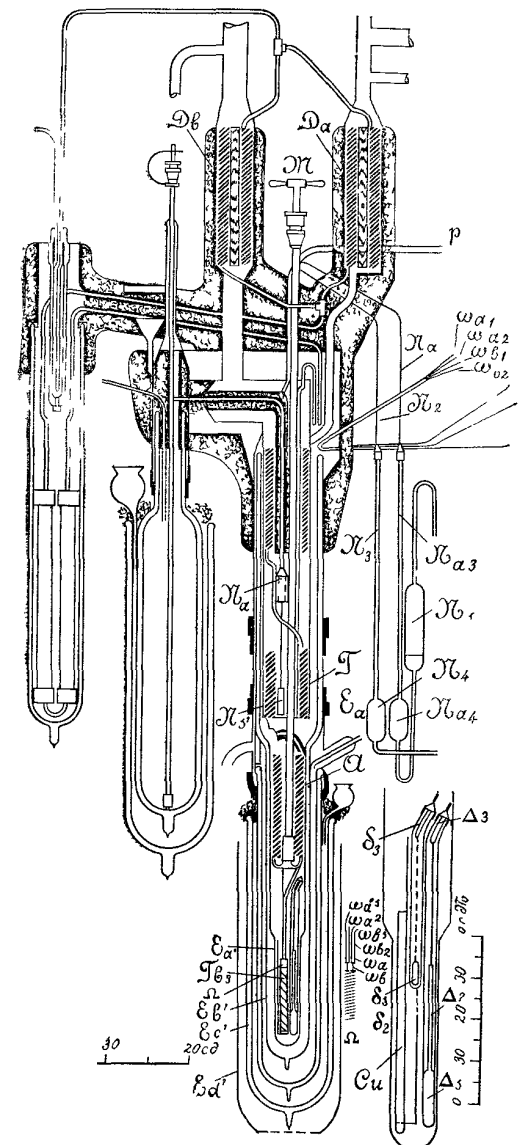


Рис. 4.3. Сопротивление двух образцов из платины и двух — из золота (тонкие пунктирные линии для образцов из золота — экстраполяция) [Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden, № 119 (1911), лист III рис 3]

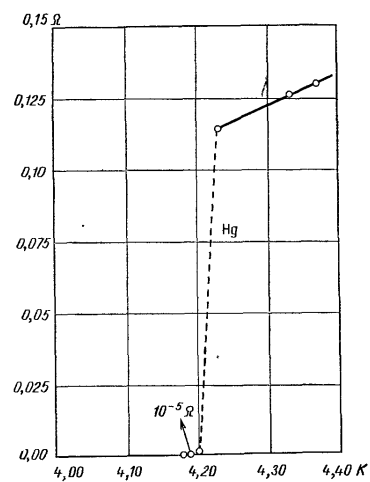


Рис. 4.5. Зависимость сопротивления образца ртути от температуры [Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden, № 124 (1912), стр. 23, рис. без номера].

«Враги» сверхпроводимости – ток и магнитное поле

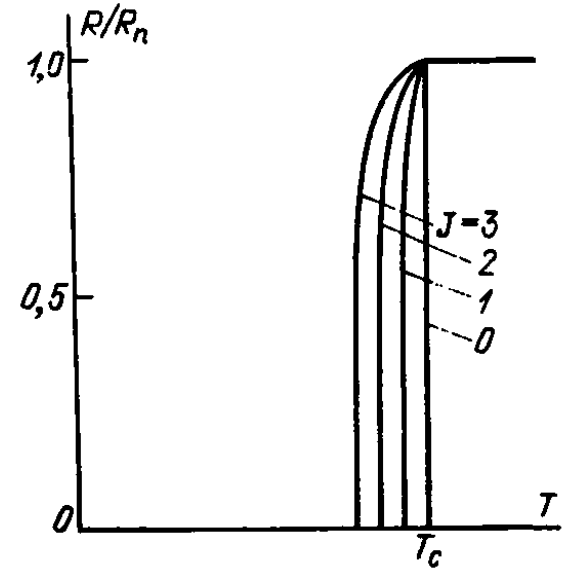
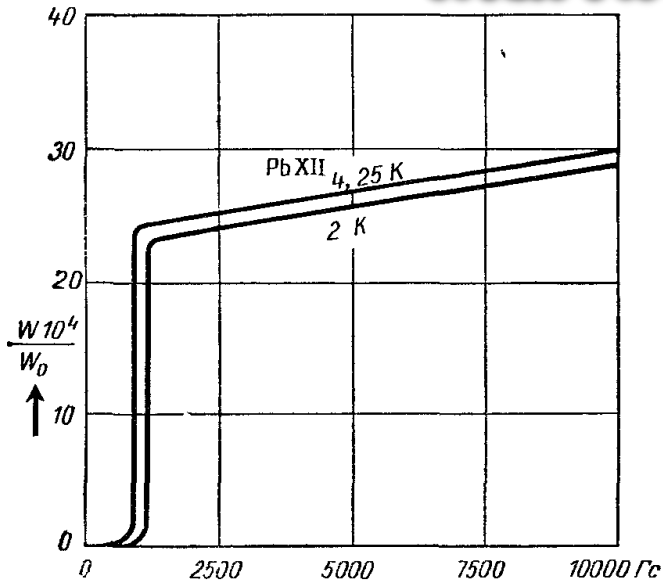


Рис. 4.6. Зависимость сопротивления катушки из свинца от приложенного магнитного поля при двух значениях температуры [Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden, № 139 (1913), стр. 67, рис. 1].

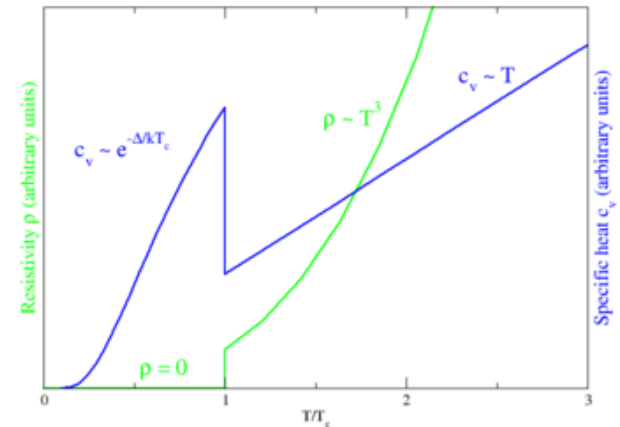
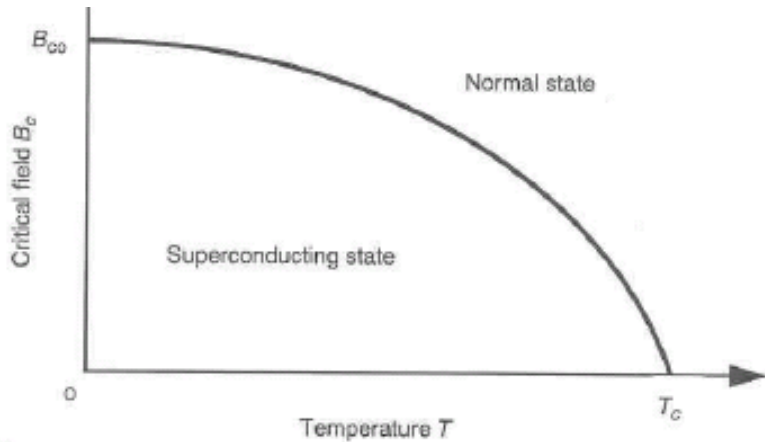


Figure 2: The critical magnetic field as a function of temperature

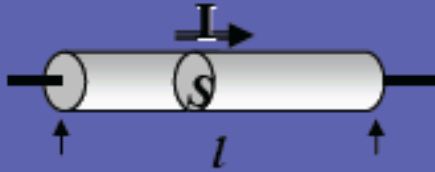
Сверхпроводящие элементы

Температуры перехода (K) Критические поля при абсолютном нуле (mT)										B	C	N	O	F	Ne		
Li	Be 0.026																
Na	Mg											Al 1.14 10	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Fe (iron) $T_c=1K$ (at 20GPa)			Ni	Cu	Zn 0.875 5.3	Ga 1.091 5.1	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Nb (Niobium) $T_c=9K$ $H_c=0.2T$						Pd	Ag	Cd 0.56 3	In 3.4 29.3	Sn 3.72 30	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	La 6.0 110				Re 1.4 20	Os 0.655 16.5	Ir 0.14 1.9	Pt	Au	Hg 4.153 41	Tl 2.39 17	Pb 7.19 80	Bi	Po	At	Rn

- Температуры перехода и критические поля достаточно малы
- Металлы с высокой проводимостью не сверхпроводят
- Магнитные 3d elements не сверхпроводят

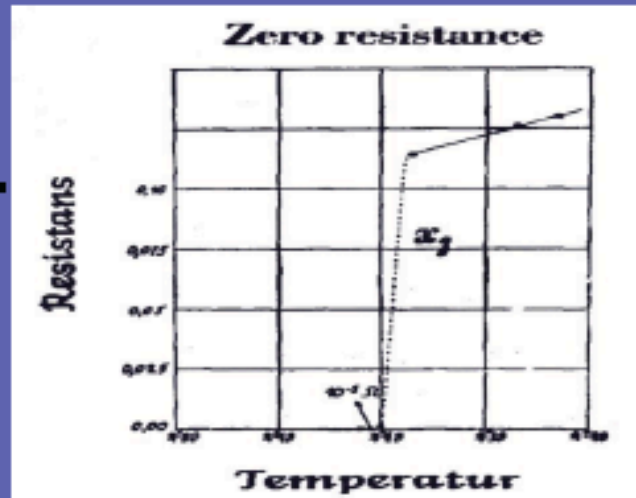
...или так мы думали до 2001

Мир без электрического сопротивления



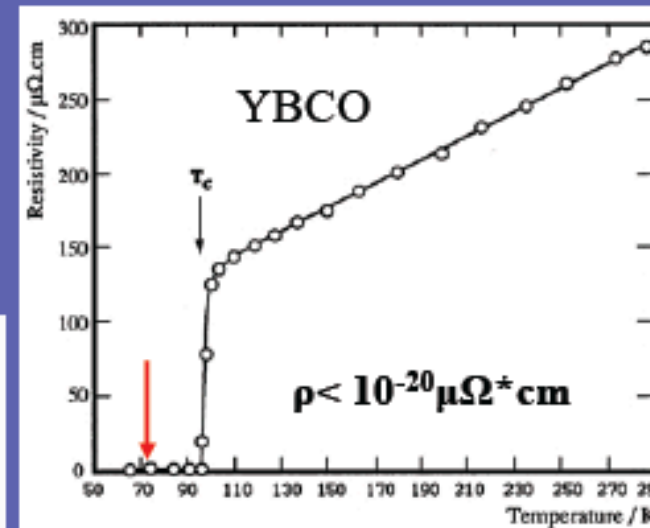
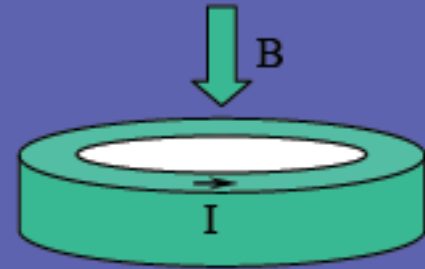
$$V = RI$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

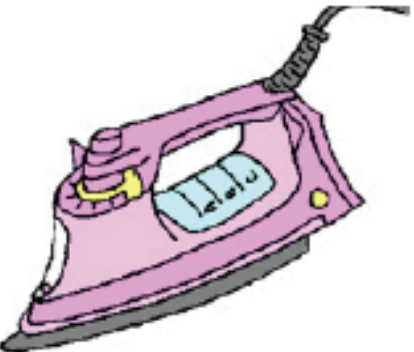
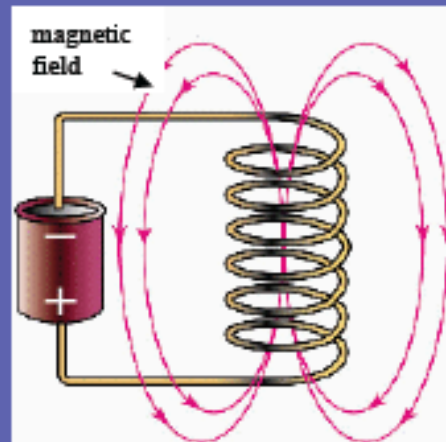


$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

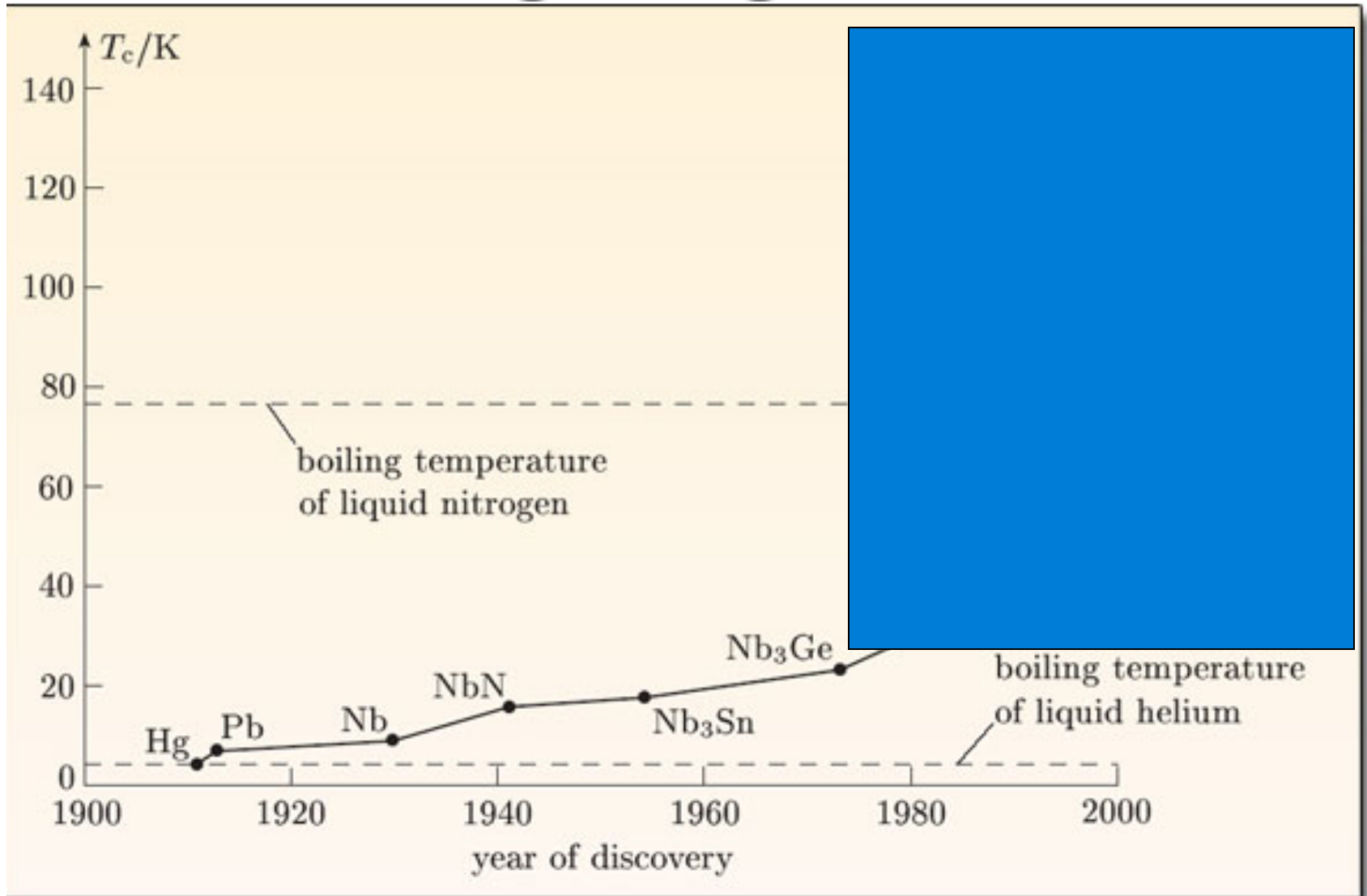
$$\tau = \frac{L}{R}$$



$$P = RI^2$$



В поисках высоких критических параметров...



1933: Эффект Мейснера-Оксенфельда

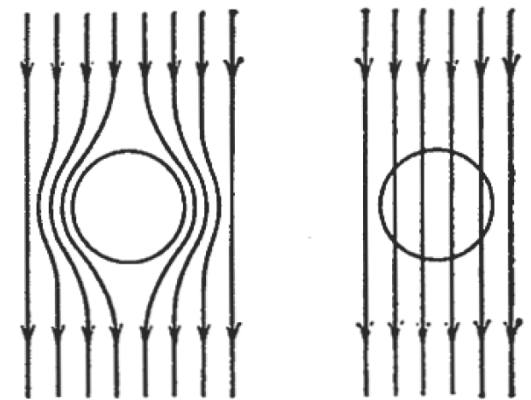


В. Мейснер

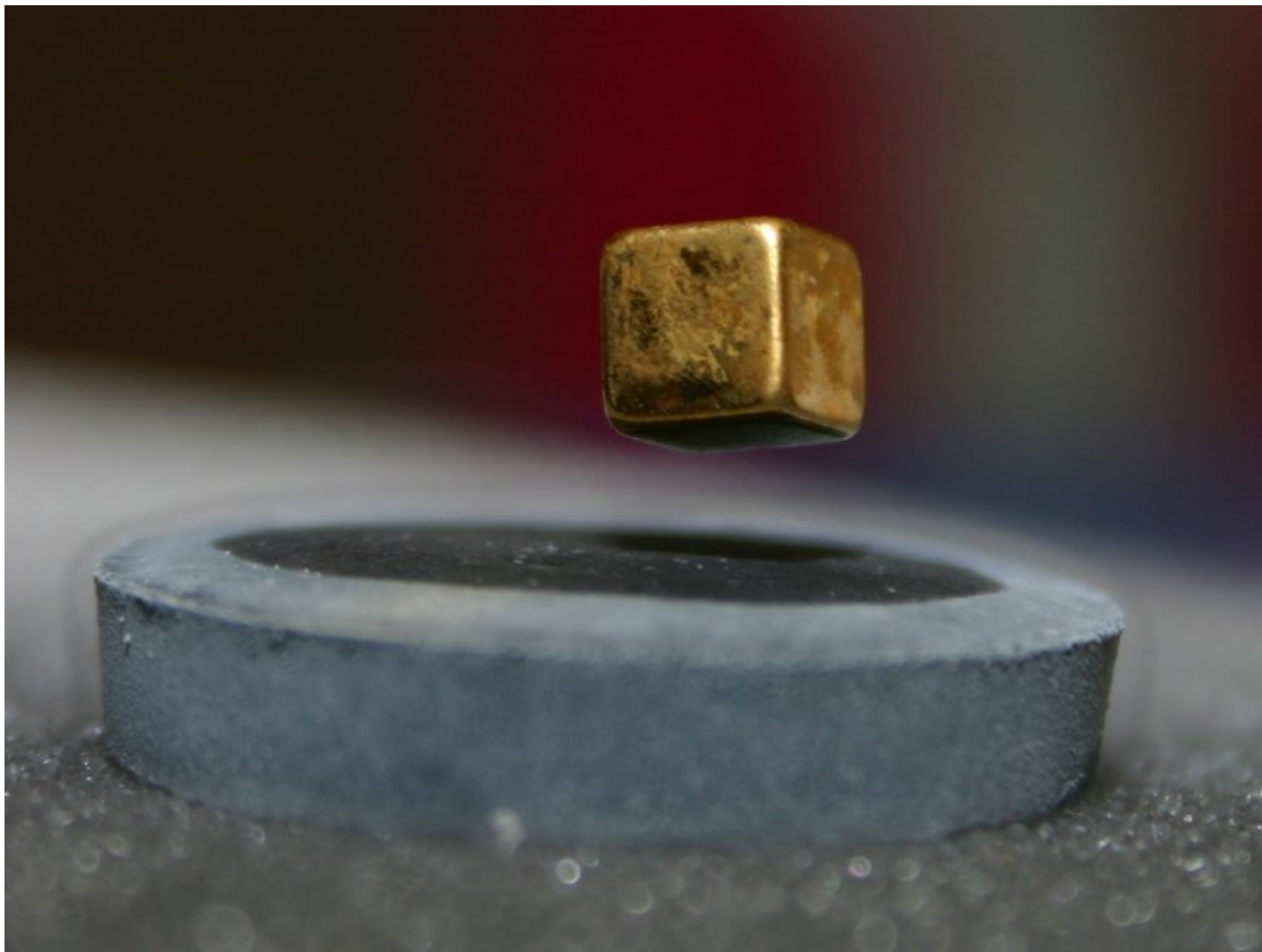
- The *Meissner-Ochsenfeld effect* (1933)

Магнитное поле не проникает в объем сверхпроводника.

Идеальный проводник! Идеальный диамагнетик!



Магнитная левитация или «гроб Магомета»



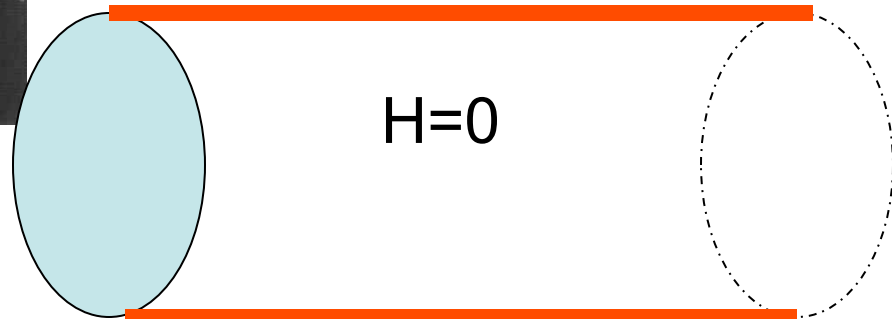
1935: Первая феноменологическая теория сверхпроводимости



Братья Хайнц и Фриц Лондон

$$\partial (\Lambda \mathbf{j}) / \partial t = \mathbf{E}.$$

$$(\partial / \partial t) (\text{rot } \Lambda \mathbf{j} + c^{-1} \mathbf{H}) = 0.$$



$H=0$

$$H = H_0 \exp(-x/\delta),$$

$$j_y = (cH_0/4\pi\delta) \exp(-x/\delta).$$

1937: Сверхтекучесть жидкого He₄



1978

П. Капица

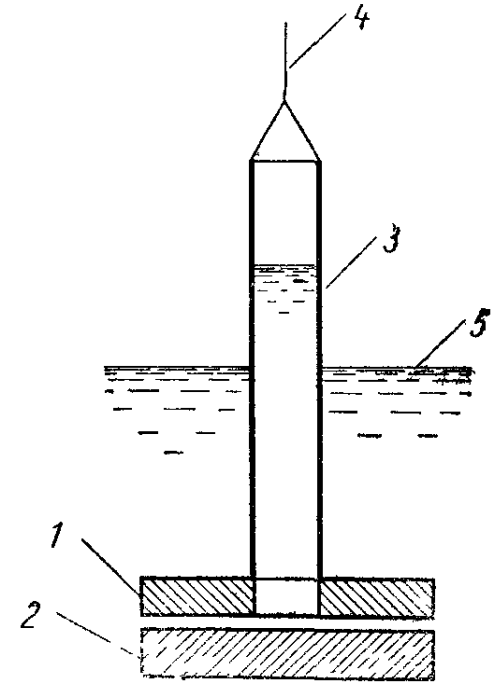


Рис. 5.6. Схема опыта Капицы по измерению вязкости жидкого гелия [Доклады АН СССР, 1938, т. XVIII, № 1, с. 22].

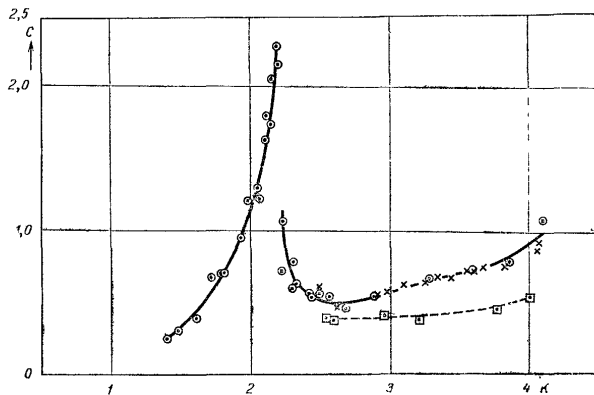


Рис. 5.3. Зависимость теплоемкости жидкого гелия (кал/г·К) от температуры.

Представлены результаты, полученные Кеззомом и Клузиусом; квадратики — теплоемкость при постоянном объеме, кружки — теплоемкость при постоянном давлении насыщенных паров гелия. Крестиками отмечены результаты ранних измерений теплоемкости при давлении насыщенных паров гелия, выполненных Даном и Камерлинг-Оннесом [Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden, № 219e (1932), стр. 51, рис. 3].

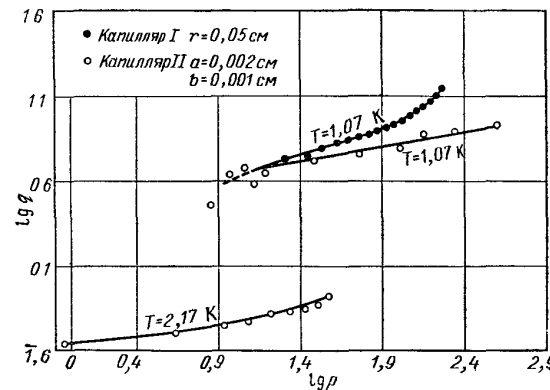


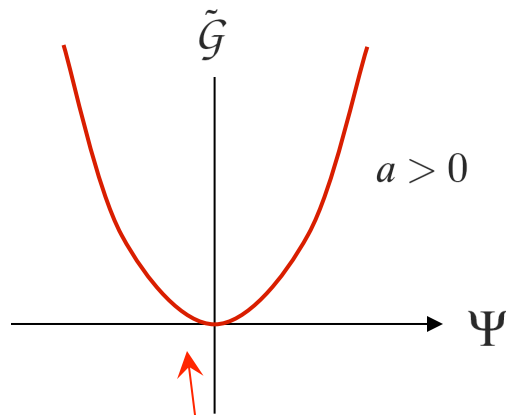
Рис. 5.7. Зависимость (в логарифмическом масштабе) скорости (см/с) от давления (дина/см²) при течении жидкого гелия II в капиллярах [Nature, 141 (1938), стр. 75, рис без номера].

1937: Теория фазовых переходов 2^{го} рода Ландау

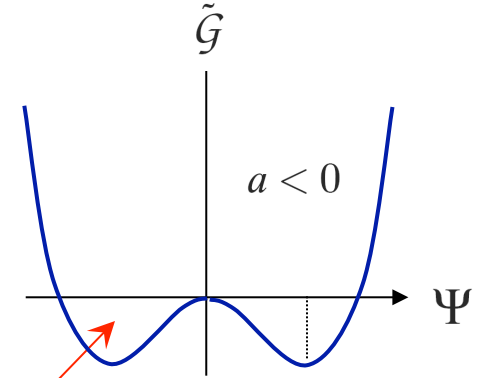


Ландау вводит понятие параметра порядка и предлагает специфический вид для термодинамического потенциала вблизи перехода

$$|\Psi|^2 \ll 1 \implies \mathcal{G}_s = \mathcal{G}_n + a|\Psi|^2 + \frac{b}{2}|\Psi|^4 + \dots$$



$$\tilde{\mathcal{G}} \equiv \mathcal{G}_s - \mathcal{G}_n$$



Л. Ландау



1962

Параметр **a** должен менять знак в точке фазового перехода

Introduce $\tau = \frac{T - T_c}{T_c}$. Near T_c , $|\tau| \ll 1$: $a = \alpha\tau$, $\alpha > 0$.

$$\begin{aligned} \Psi &= 0 && \text{at } T > T_c, \\ |\Psi|^2 &= -(\alpha/b)\tau = |\Psi_0|^2 && \text{at } T < T_c. \end{aligned}$$

1950: Феноменология Гинзбурга-Ландау: «Ψ-теория сверхпроводимости»



Параметр порядка? Намек: волновая функция Бозе-конденсата (комплексная величина)

Подставляя $|\Psi_0|^2$ и воспользовавшись законом сохранения энергии находим

$$G_s - G_n = \frac{(\alpha\tau)^2}{2b} = \frac{H_c^2}{8\pi}.$$



2003

Как описать неоднородное состояние?

Можно было бы добавить $|\nabla\Psi|^2$. Однако, электроны заряжены и градиент следует добавлять в калибровочно-инвариантной комбинации

$$\left| -i\hbar\nabla + \frac{2e}{c}\vec{A} \right|^2 \quad \text{where } \vec{H} = \text{curl } \vec{A}$$

Таким образом, свободная энергия приобретает вид

$$\delta G = \int dV \left\{ \alpha \tau |\Psi|^2 + \frac{b}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{4m} \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{2e}{c} \mathbf{A} \right) \Psi \right|^2 + \frac{H^2}{8\pi} \right\}$$

Это замечательное выражение называется функционалом Гинзбурга-Ландау

Для нахождения распределения параметра порядка Ψ и вектор-потенциала \mathbf{A} в сверхпроводнике следует минимизировать этот функционал по этим величинам, т.е. вычислить соответствующие вариационные производные и приравнять их 0.

Минимизируя по отношению к Ψ^* находим

$$(1/4m) [-i\hbar\nabla + (2e/c)\mathbf{A}]^2\Psi + \alpha\tau\Psi + b|\Psi|^2\Psi = 0.$$

Минимизируя по отношению к \mathbf{A} находим:

$$\text{curl curl } \mathbf{A} = \text{curl } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \leftarrow \text{Уравнение Максвелла}$$

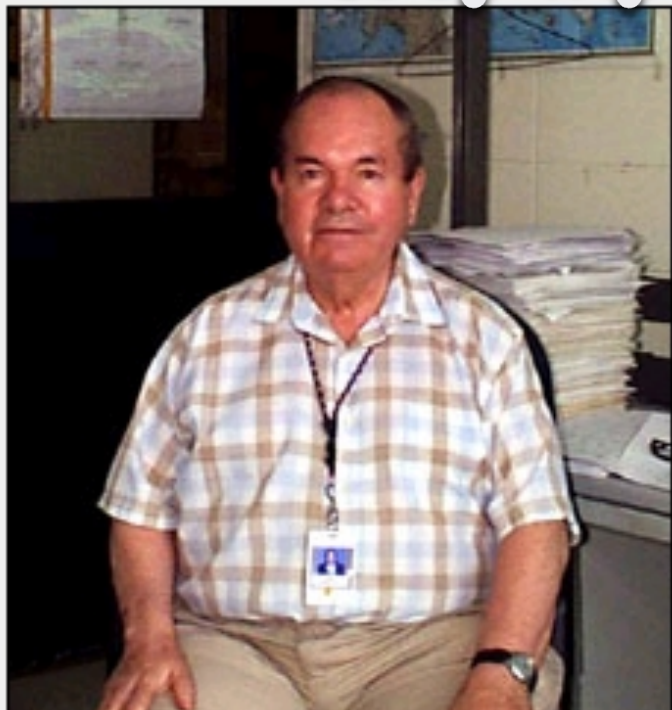
$$\mathbf{j} = (ie\hbar/2m) (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - (2e^2/mc)|\Psi|^2\mathbf{A}$$

Обычный квантово-механический ток

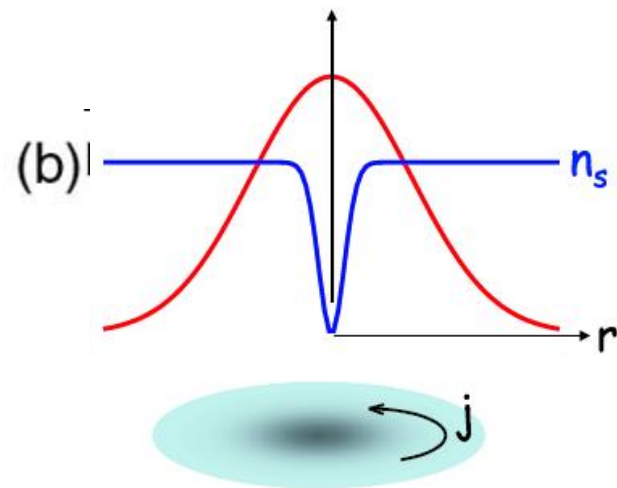
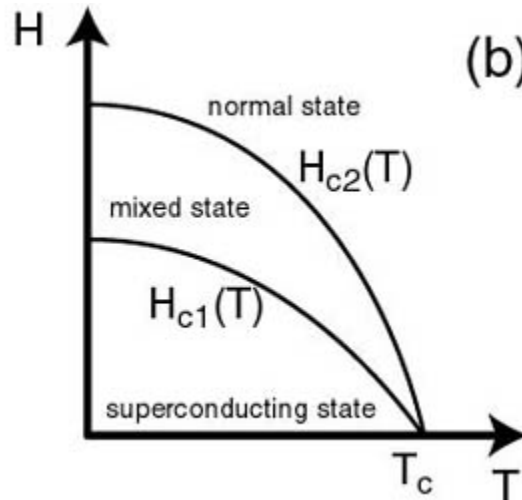
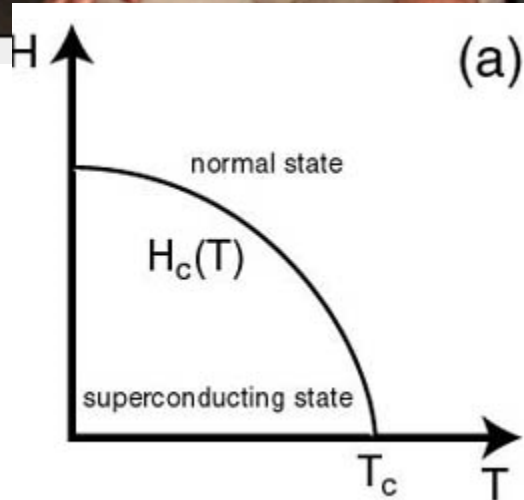
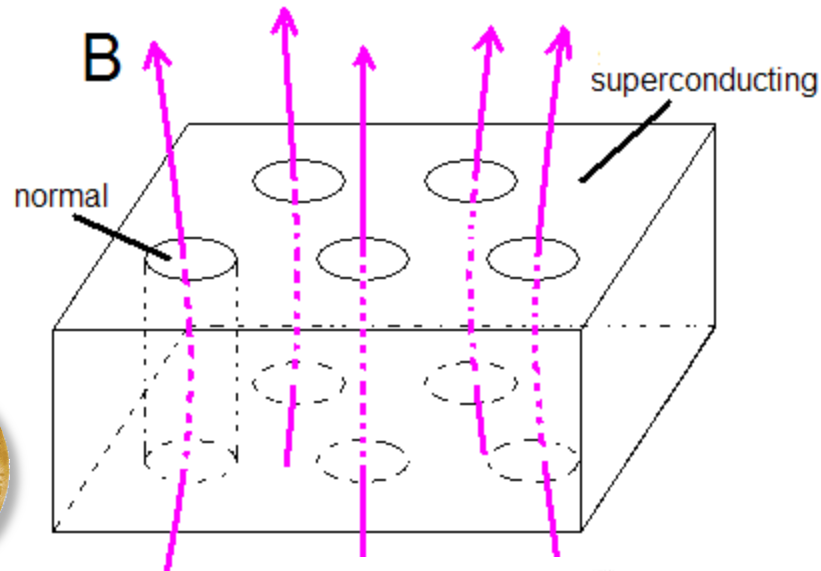
Отклик на вектор-потенциал -сверхток

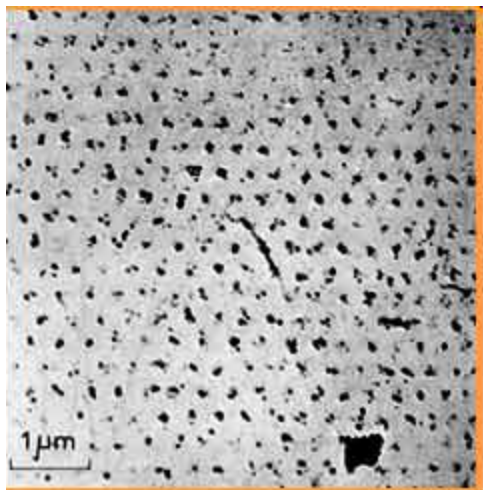
Полученное выражение для тока указывает на тот факт, что параметр порядка имеет смысл волновой функции сверхпроводящего конденсата

1957: Открытие сверхпроводимости II рода

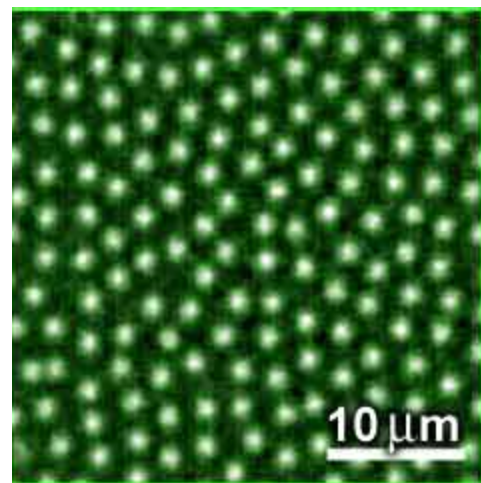


2003

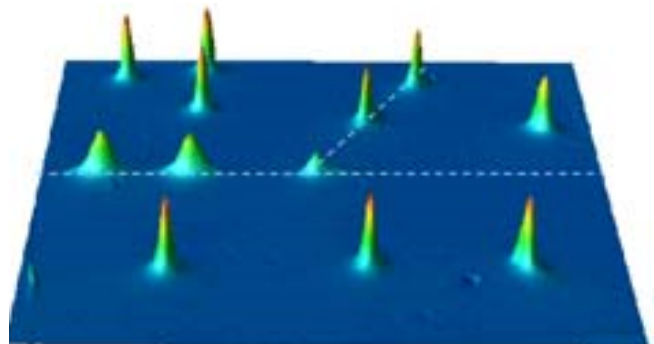




U. Essmann and H. Trauble
Max-Planck Institute, Stuttgart
[Physics Letters 24A, 526 \(1967\)](#)



Магнито-оптическое изображение
вихревой решетки, 2001
P.E. Goa et al.
University of Oslo
[Supercond. Sci. Technol. 14, 729 \(2001\)](#)

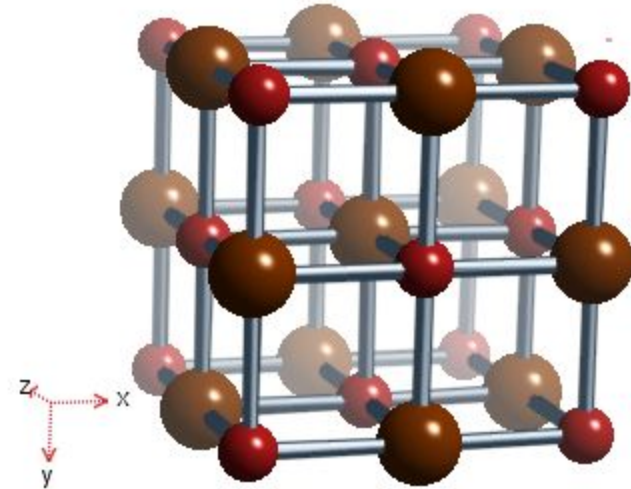
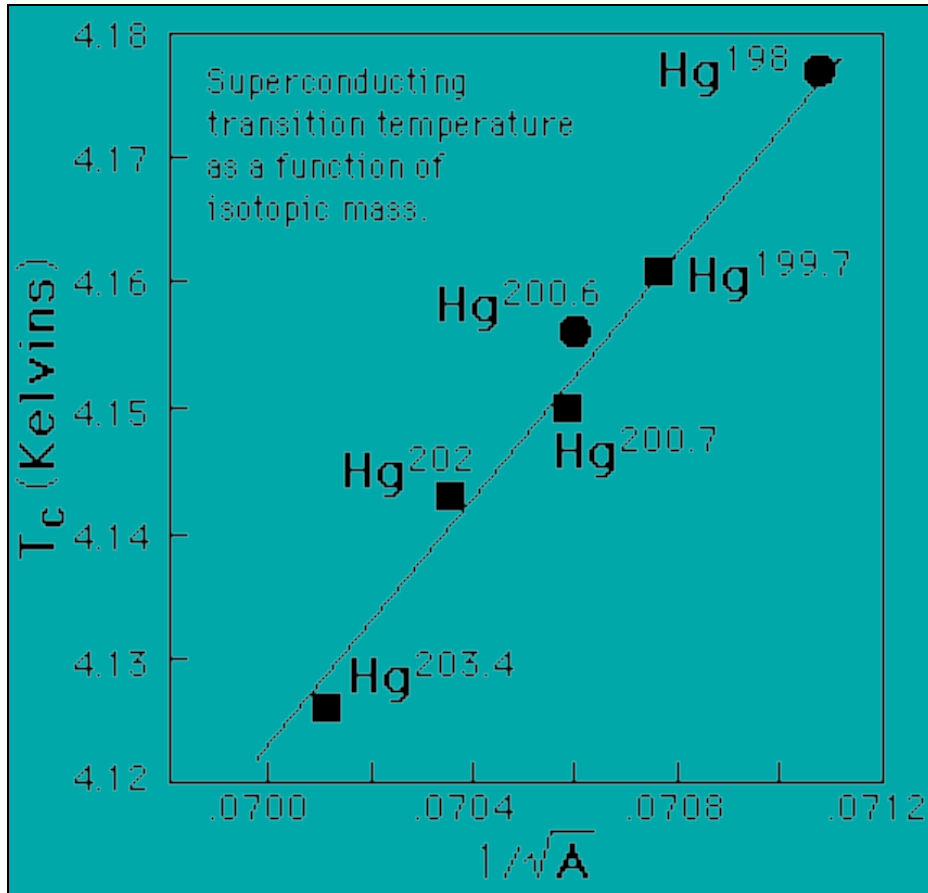


Сканирующая SQUID микроскопия of решетки полувельных
вихрей, 1996 J. R. Kirtley, B. [Thomas J. Watson Research Center](#)
[Phys. Rev. Lett. 76, 1336 \(1996\)](#)

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ СТАЛИ И СПЛАВОВ 1986

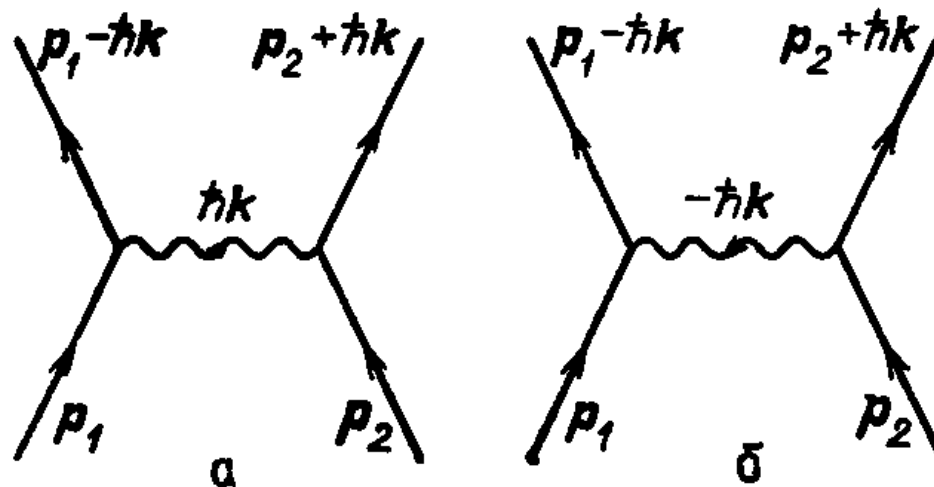


1950: Изотопический эффект

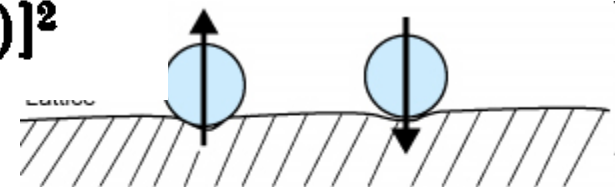


$$T_c \sim M^{-1/2}, \quad H_c \sim M^{-1/2}.$$

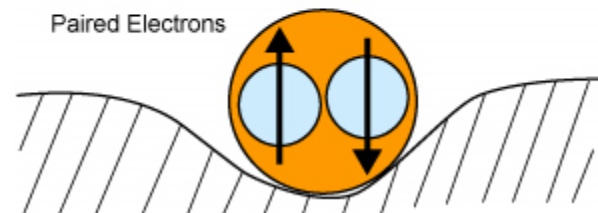
1950: Электрон-фононное взаимодействие



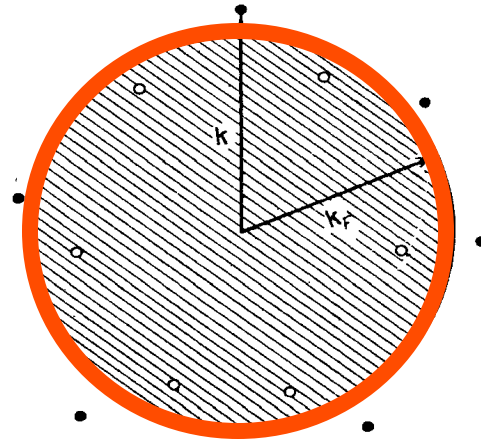
$$\frac{\hbar^3}{\rho_0 m V} \frac{[\hbar \omega(k)]^2}{[\hbar \omega(k)]^2 - [\varepsilon(p_1) - \varepsilon(p_1 - \hbar k)]^2}$$



Paired Electrons



1957: Микроскопическая теория сверхпроводимости БКШ



SUPERCONDUCTING ALLOYS

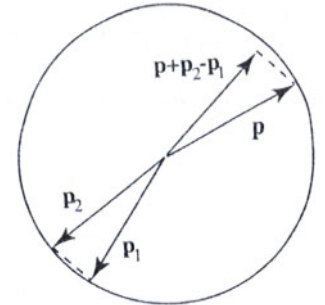


Рис. 3. Типичная возбужденная конфигурация нормального состояния.

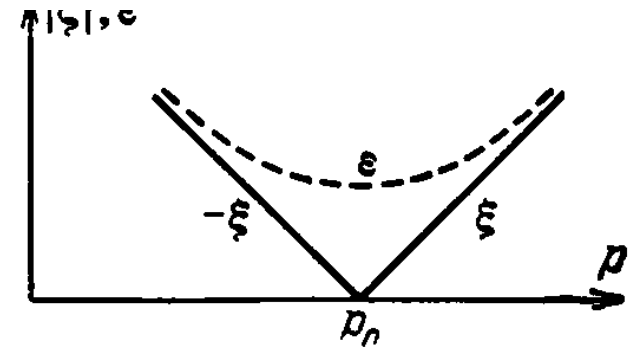
Квазичастичные возбуждения — заполненные состояния над поверхностью Ферми и дырки под поверхностью Ферми.



1972

$$\langle V_{ph} + V_{coul} \rangle < 0,$$

$$T_c = (2\hbar\omega_D\gamma/\pi) \exp[-2/(g\nu)].$$



$$\Delta = \hbar\omega_D \exp[-2/(g\nu(\mu))].$$

1958: Взаимосвязь между теориями БКШ и Гинзбурга-Ландау



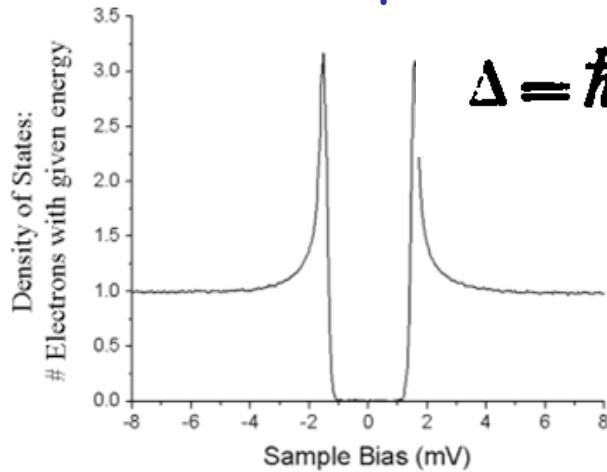
В 1958: Лев Горьков формулирует элегантные уравнения теории сверхпроводимости на языке Гриновских функций и показывает Эквивалентность микроскопической теории БКШ феноменологии Гинзбурга-Ландау при температурах близких к критической.

$$\begin{pmatrix} \left\{ -\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\nabla^2}{2m} + \mu \right\} & \Delta \\ -\Delta^* & \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\nabla^2}{2m} + \mu \right\} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathfrak{G}(x-x') & \mathfrak{F}(x-x') \\ \mathfrak{F}^+(x-x') - \mathfrak{G}(x'-x) \end{pmatrix} = \hat{1}. \quad (34.32)$$

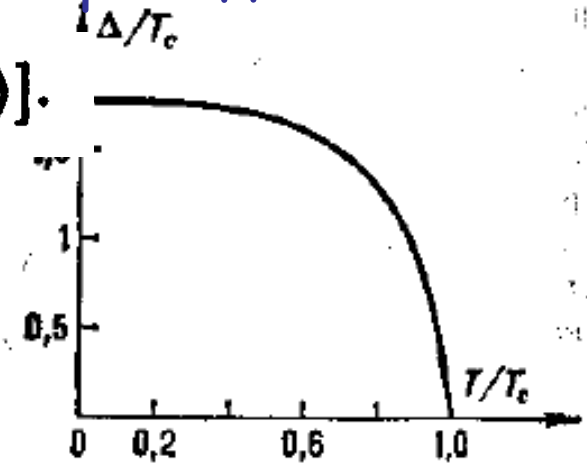
$$\mathfrak{G}_\omega(\mathbf{p}) = -\frac{i\omega + \xi}{\omega^2 + \xi^2 + \Delta^2}, \quad \mathfrak{F}_\omega^+(\mathbf{p}) = \frac{\Delta^*}{\omega^2 + \xi^2 + \Delta^2}.$$

Фундаментальное утверждение теории БКШ:

нет щели в спектре - нет сверхпроводимости!



$$\Delta = \hbar\omega_D \exp[-2/(g\nu(\mu))].$$



Параметр порядка Ψ имеет смысл волновой функции сверхпроводящего конденсата и щель в спектре квазичастиц определяет ее модуль:

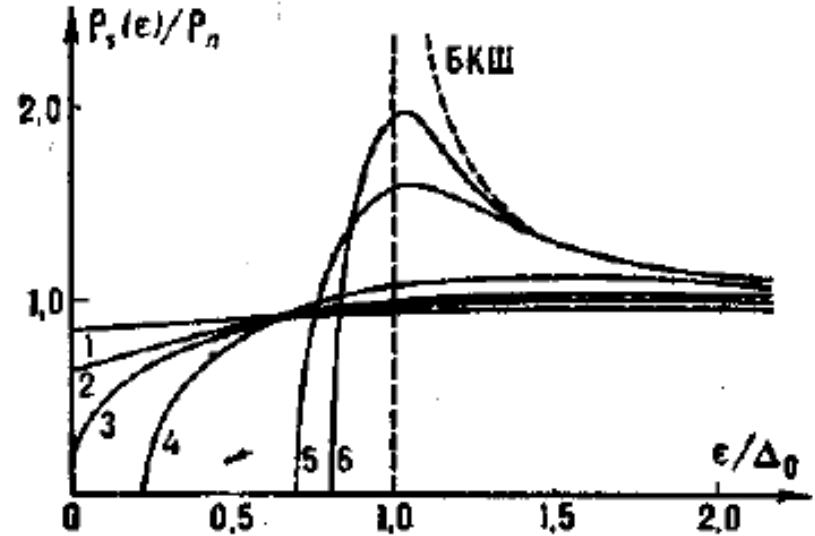
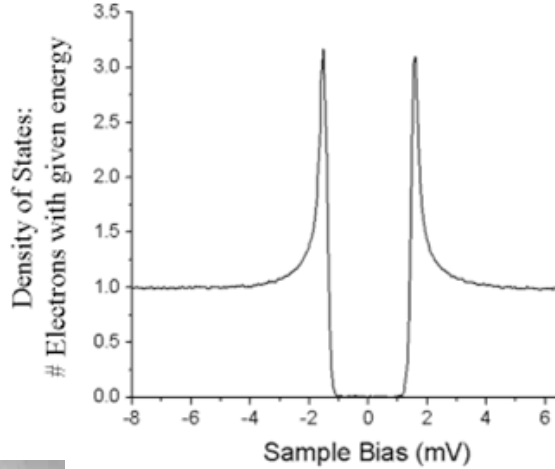
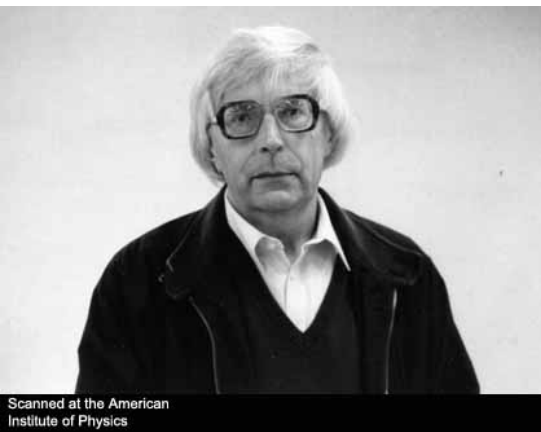
$$\Psi = \Delta e^{i\phi}$$

сверхток

$$\mathbf{j} = (ie\hbar/2m) (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - (2e^2/mc) |\Psi|^2 \mathbf{A}$$

1959: Абрикосов, Горьков: Бесщелевая сверхпроводимость

Сверхпроводник с парамагнитными примесями



$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \psi(1/2) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T_c \tau_\rho}\right)$$

$$\tau_\rho^{(cr)} = \frac{\gamma E}{\pi T_{c0}}$$

$$0.915 c_{cr} < c < c_{cr}$$

В интервале концентраций щели в спектре одно-частичных возбуждений уже нет, а сверхток имеет место быть

1968: Разрушение дальнего порядка в 2х измерениях

Согласно теории БКШ в 3х мерном сверхпроводнике ниже температуры перехода имеется дальний порядок, определяемый коррелятором

$$\langle \Psi(r)\Psi(r') \rangle_{|r-r'|\rightarrow\infty} = \Delta^2$$

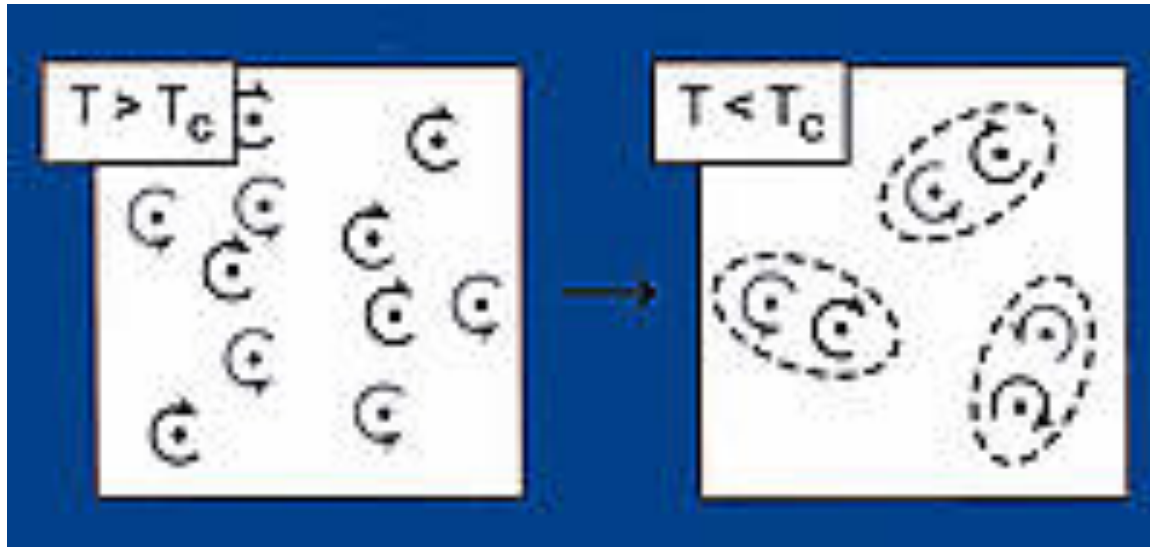
Где $\Psi = \Delta e^{i\phi}$ есть комплексный параметр порядка

В нормальном состоянии: $\Psi = 0$

Если же учесть флуктуации, то коррелятор здесь будет убывать экспоненциально с расстоянием:

$$\langle \Psi(r)\Psi(r') \rangle_{|r-r'|\rightarrow\infty} = \Delta^2 e^{-\frac{|r-r'|}{\xi}}$$

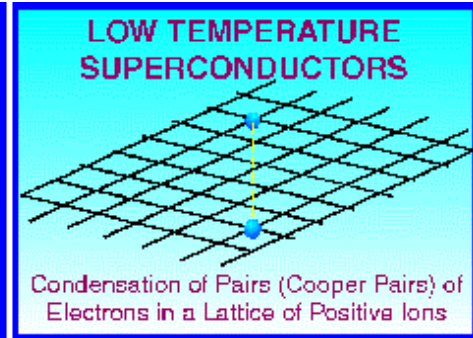
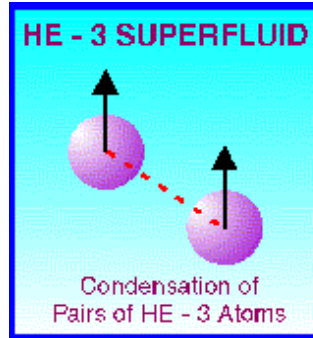
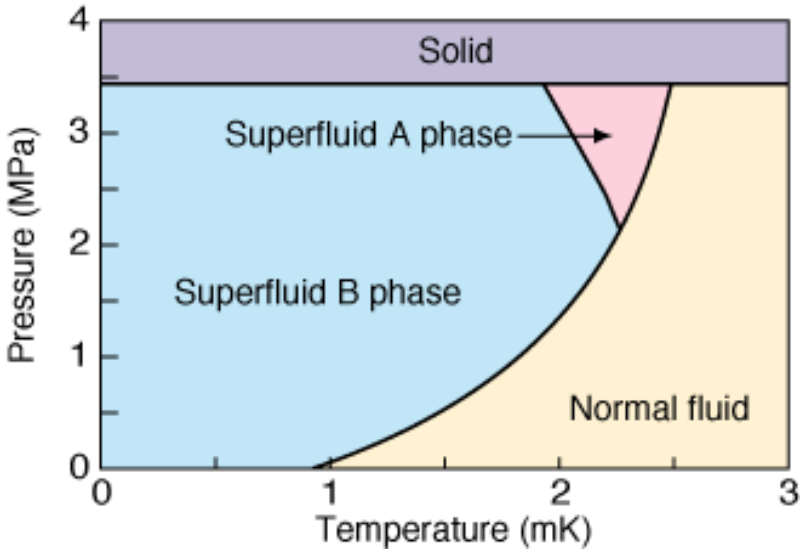
1972-1973: Переход Березинского-Таулесса-Костерлица в 2х измерениях



$$F = E - TS = \left(\frac{\pi n_{s2}(T)}{2m} - 2k_B T \right) \ln \frac{R}{a}$$

$$\langle \Psi(r) \Psi(r') \rangle_{|r-r'| \rightarrow \infty} \sim \left[\frac{|r - r'|}{\xi_{GL}(T)} \right]^{-\frac{mT}{\pi n_s}}$$

1973: Сверхтекучесть в жидком He₃



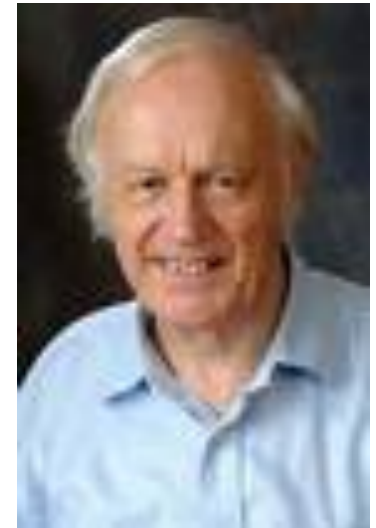
David M. Lee, **Douglas Dean Osheroff** and Robert C. Richardson



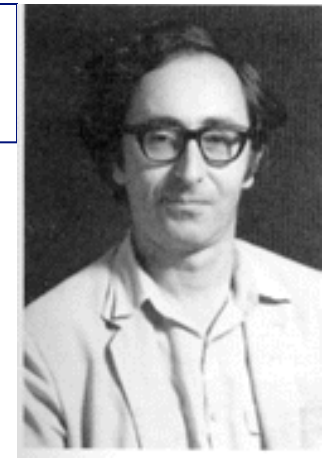
1996



2003



1962: Эффект Джозефсона



1973

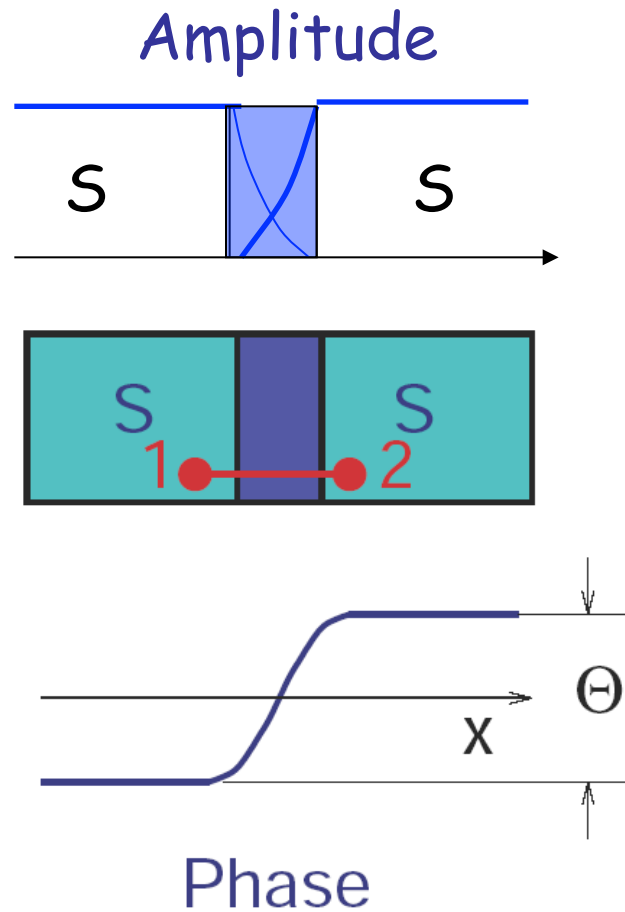
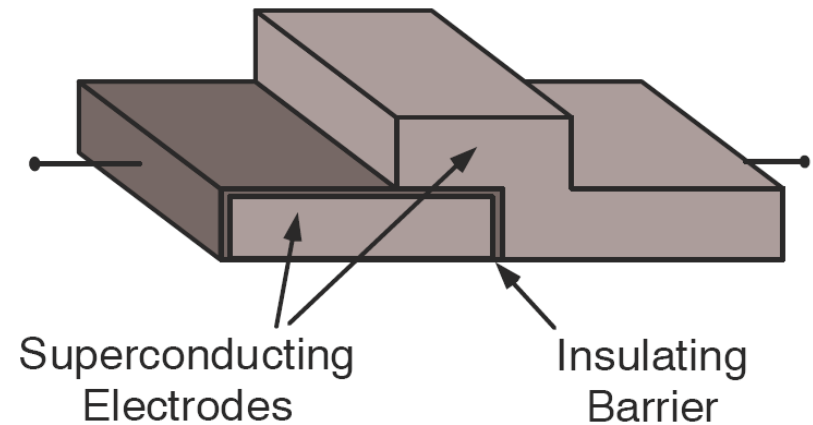


Figure 2: A weak link between two superconductors. Profiles of the absolute value and the phase of the order parameter are shown. A phase difference $\Theta = \chi_2 - \chi_1$ appears if a transport current passes through the junction. An auxiliary contour for derivation the



Josephson Effect

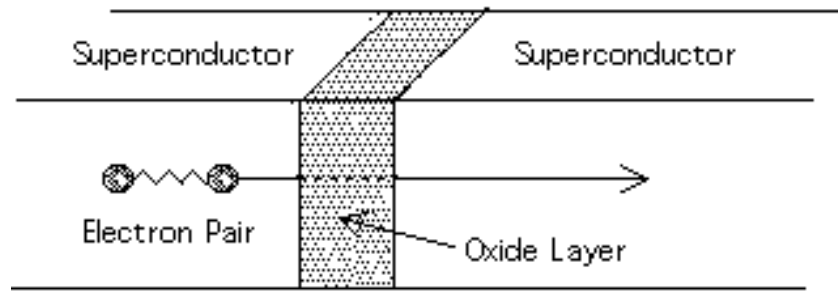


Fig. 13

Josephson Junction

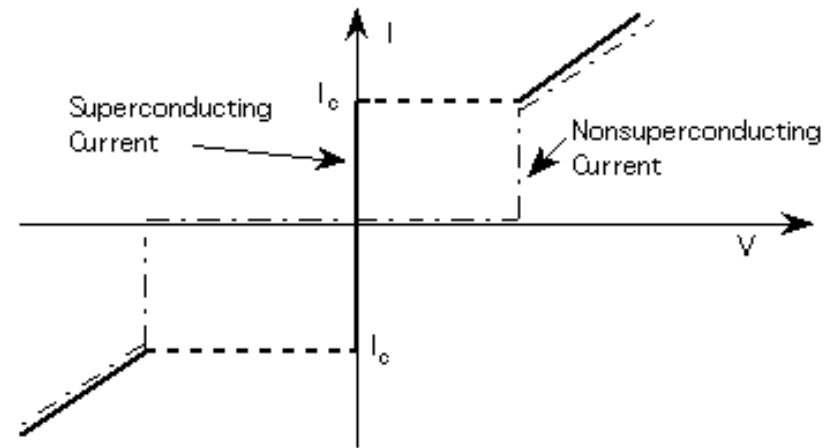
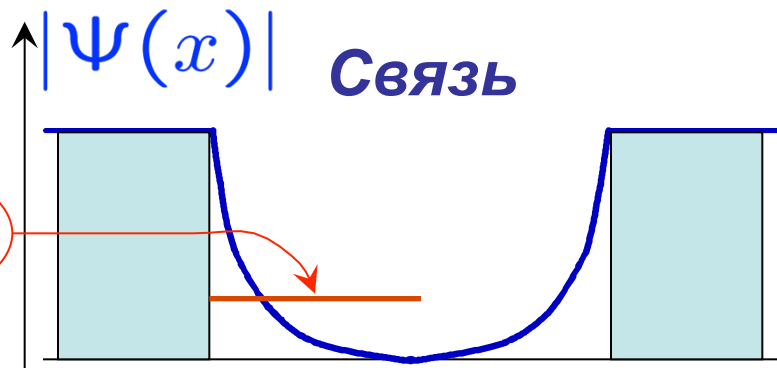


Fig. 14

$$I_J = I_c \sin (\chi_1 - \chi_2)$$

$$I_c = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \tanh \frac{\Delta(T)}{2T}.$$

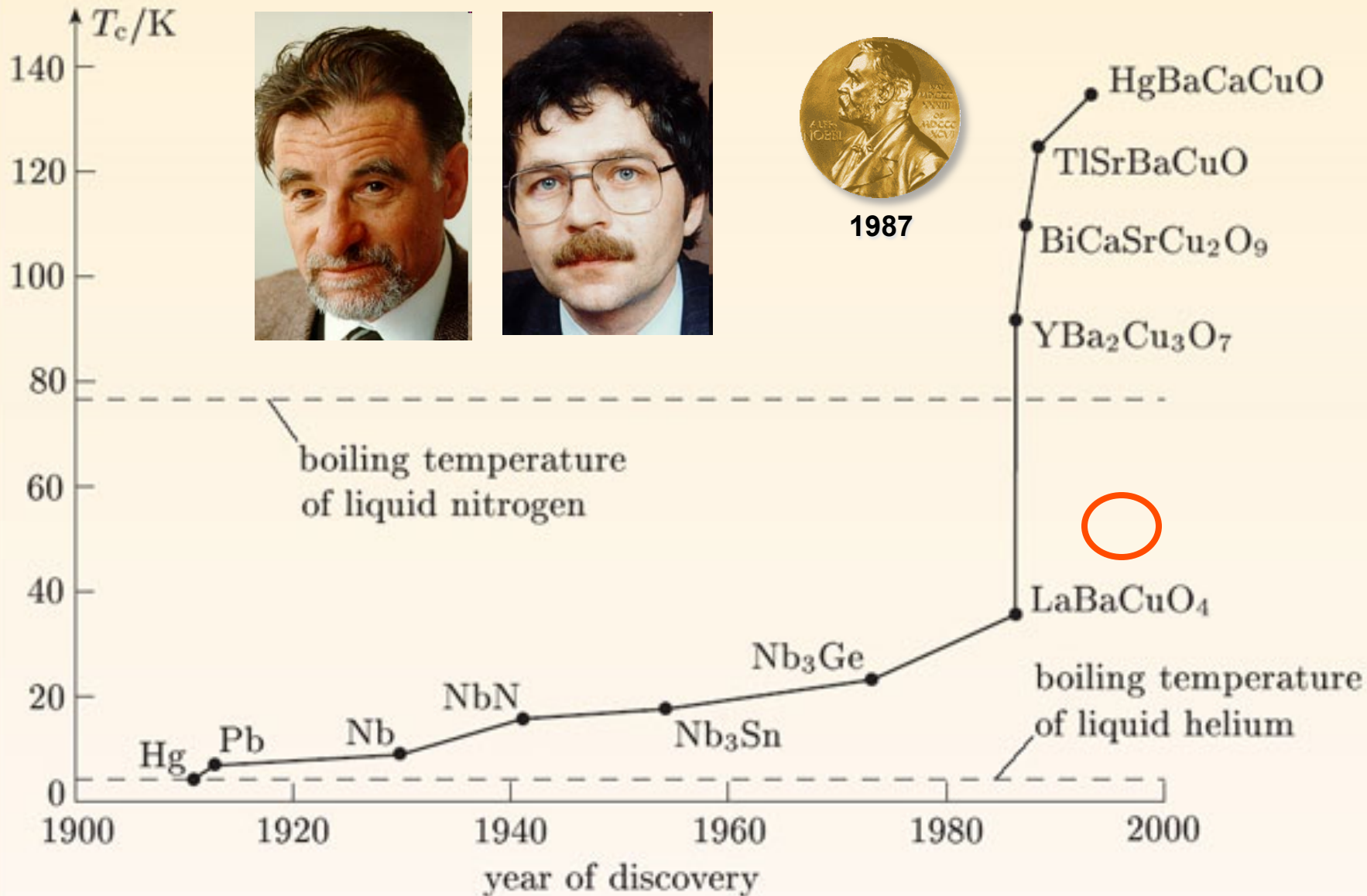
$$\Re \psi_1 \psi_2^*$$



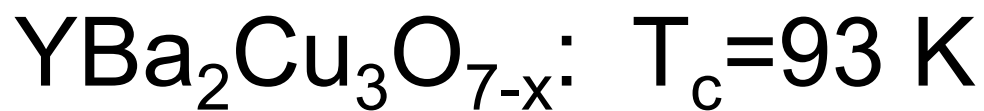
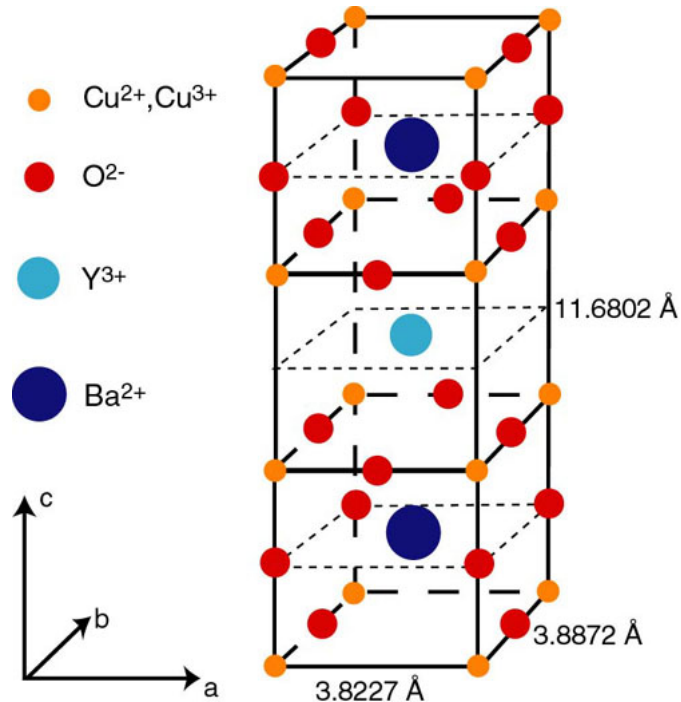
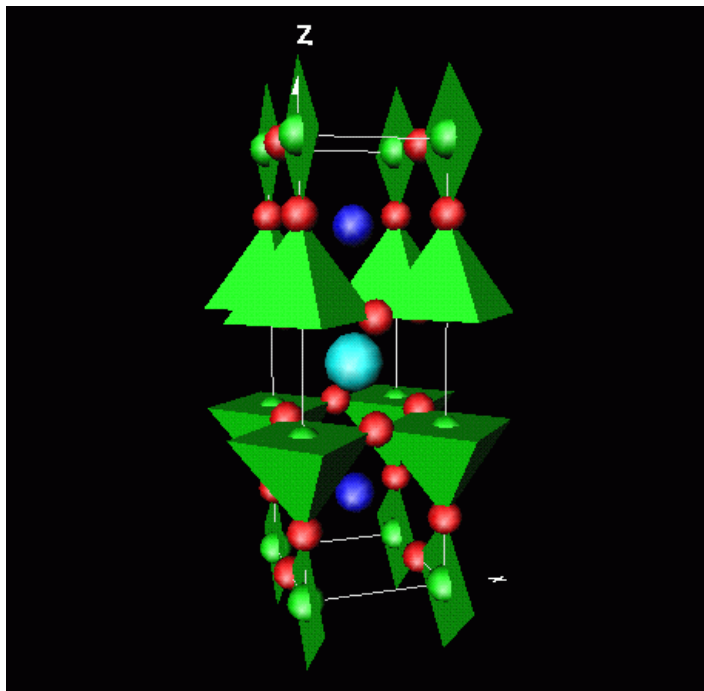
$$\begin{aligned}
 U &\propto - \int d^3r \Re(\psi_1 \psi_1^*) \\
 &\propto - \int dy dz |\Psi(x, y)|^2 \cos \Theta(x, y) \\
 &\quad \rightarrow -E_J \cos \Theta
 \end{aligned}$$

Поскольку выигрыш в энергии зависит от разности фаз, то конечная разность фаз должна приводить к появлению **постоянно текущего сверхпроводящего тока**, переносящего куперовские пары из одного электрода в другой

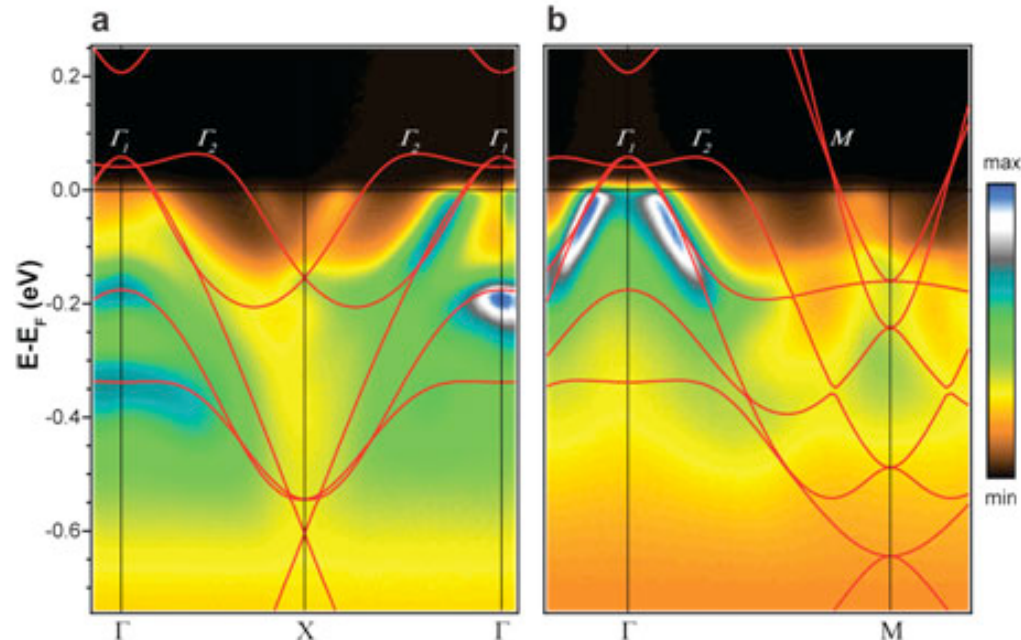
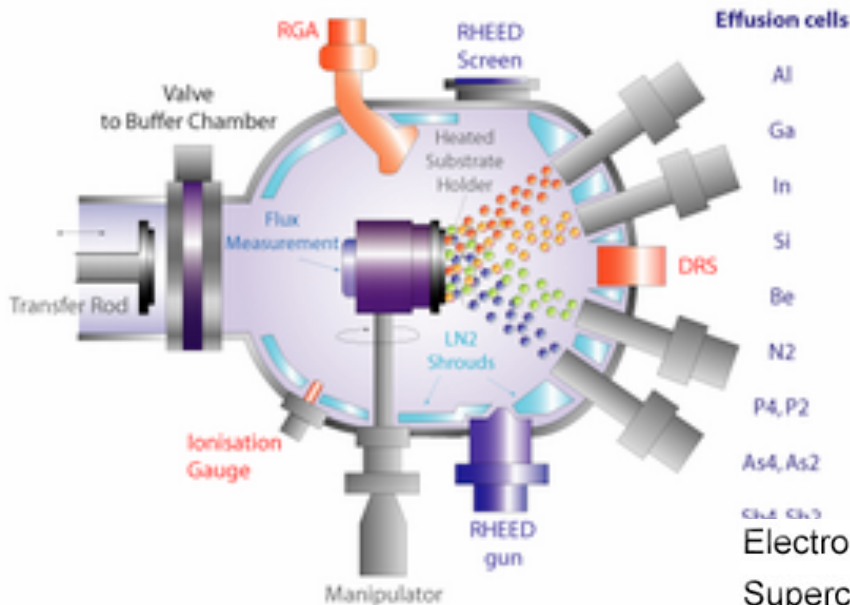
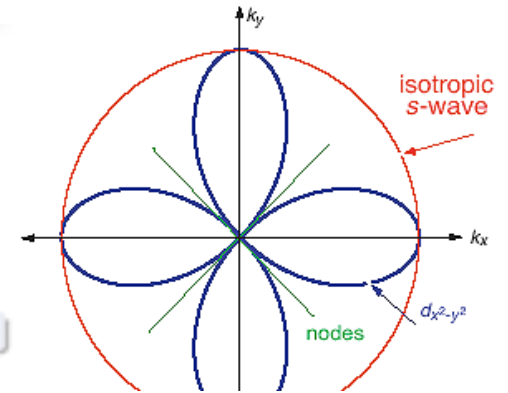
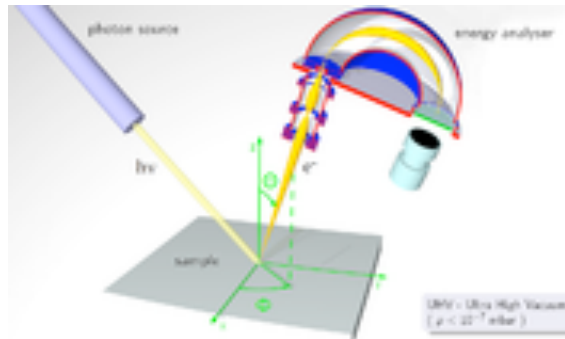
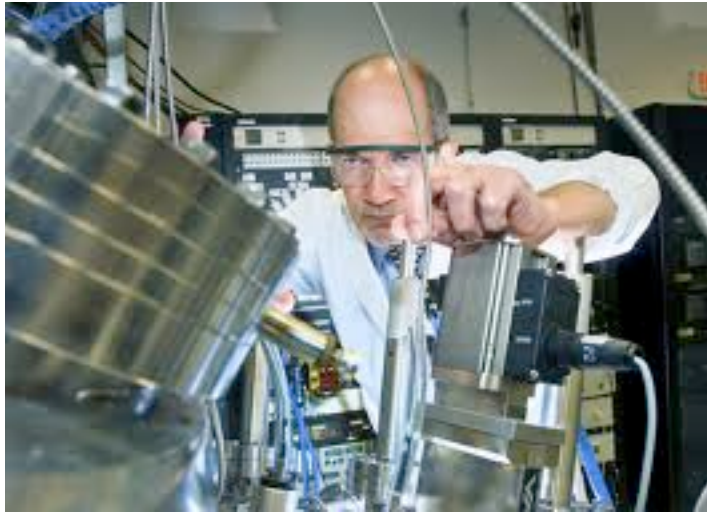
1986: открытие высокотемпературной сверхпроводимости в оксидах



1987: преодоление азотного предела

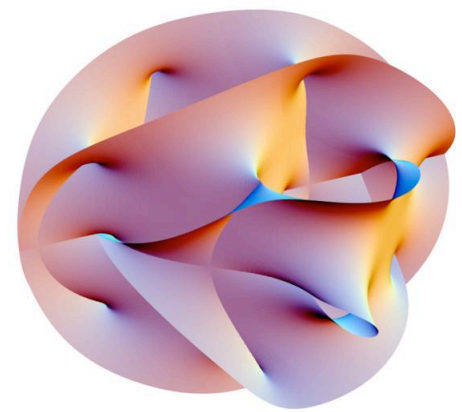
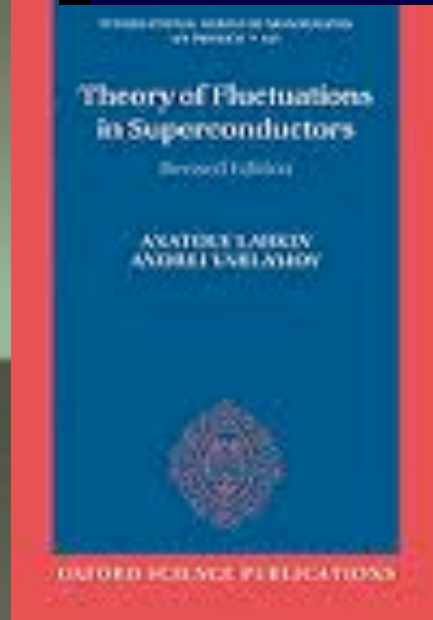
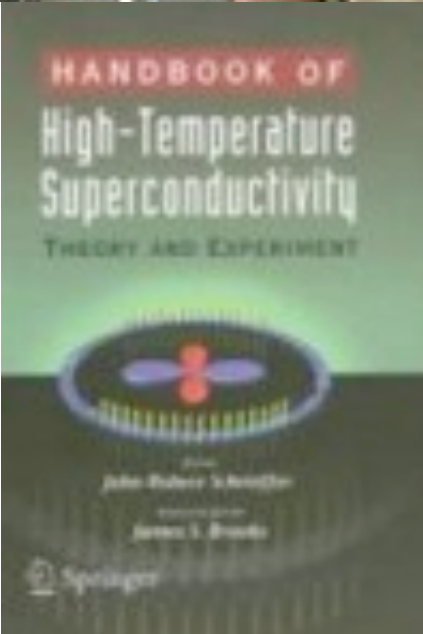
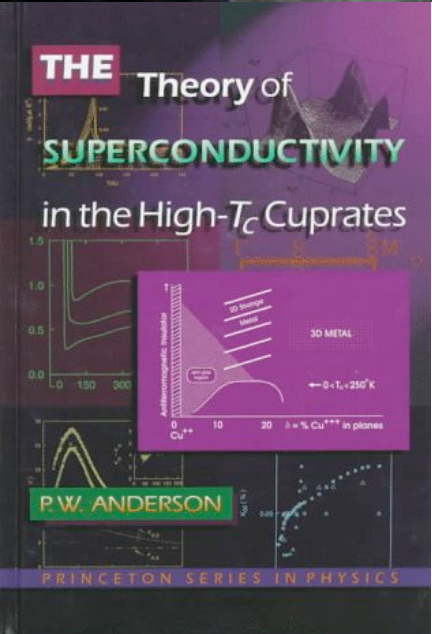
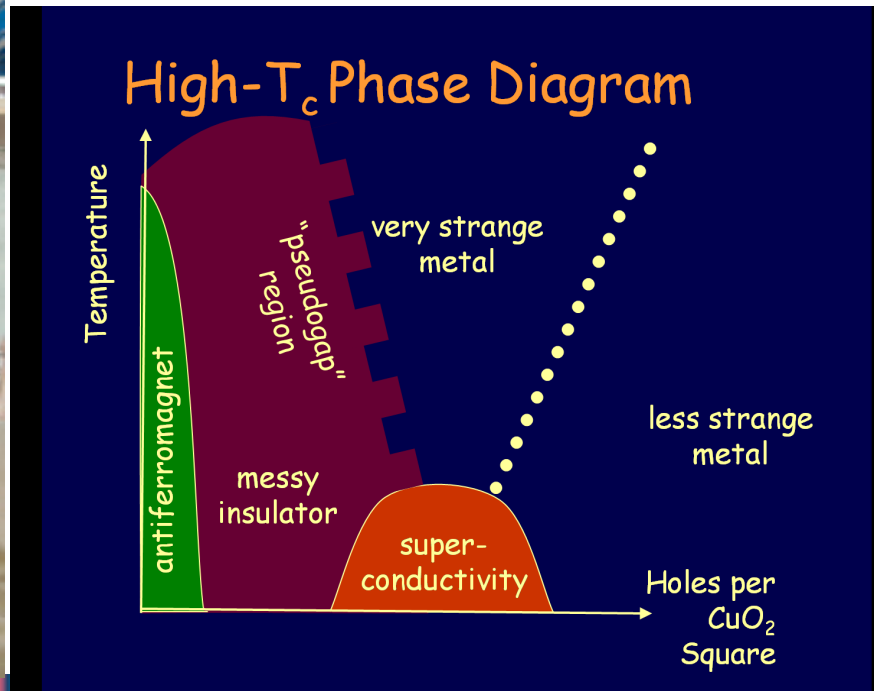
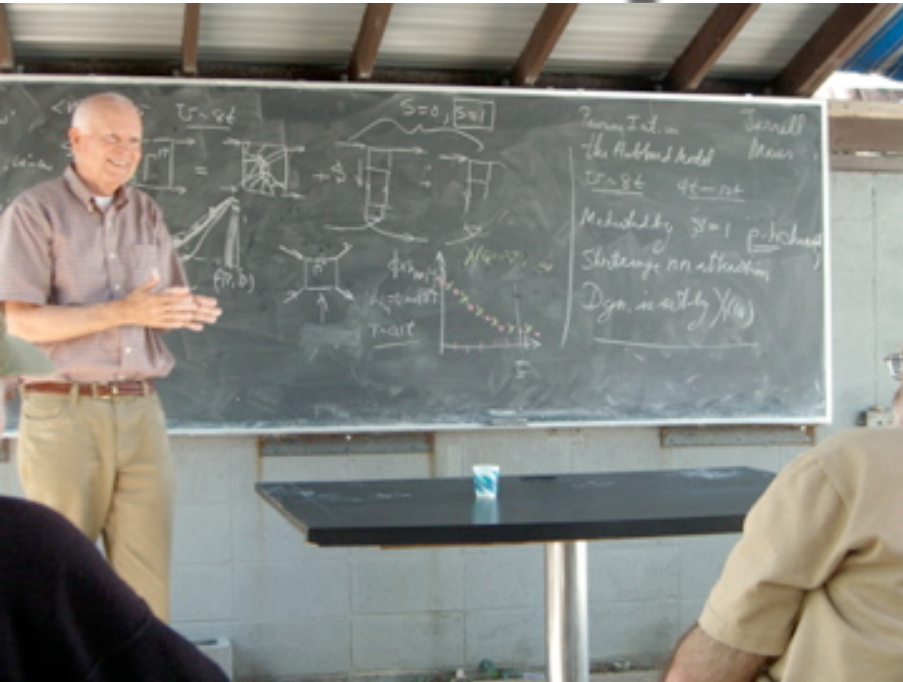


1986-2011: четверть века экспериментальных ...



Electronic Structure of LaOFeP – a Different Type of High Temperature Superconductor

... И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИЗЫСКАНИЙ



HTS Explained with String Theory

2001: первое открытие XXI века - среднетемпературный сверхпроводник MgB_2

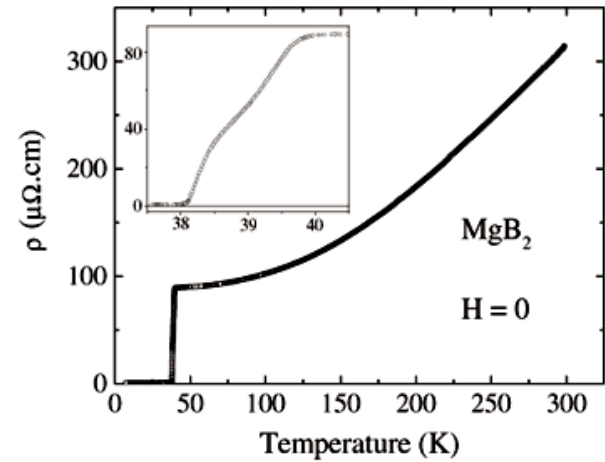
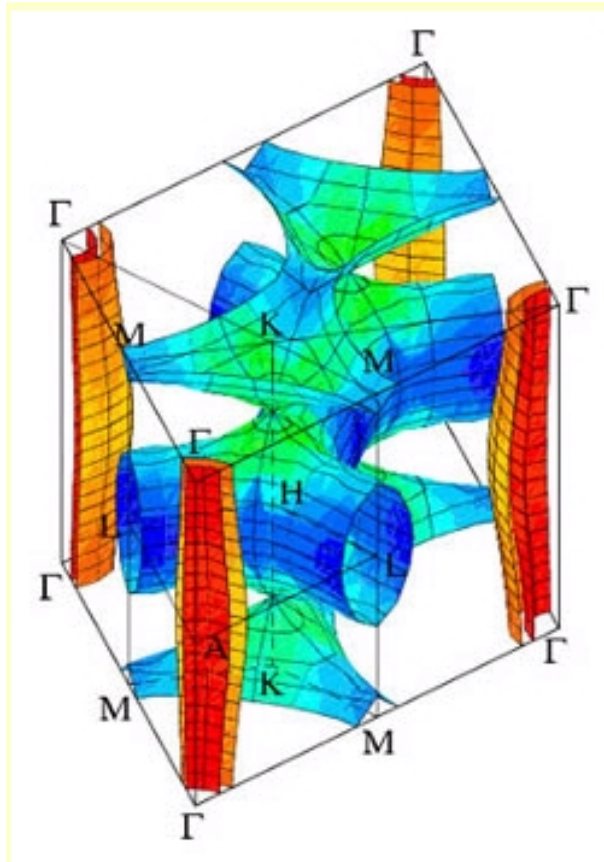
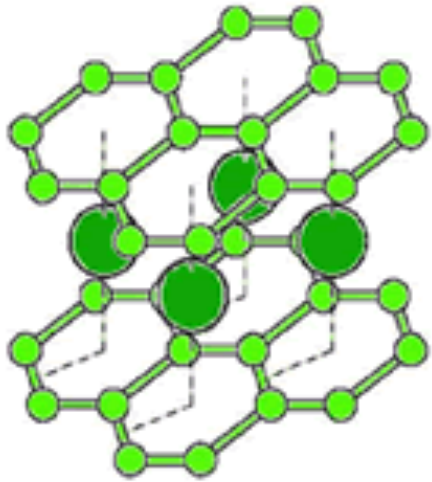
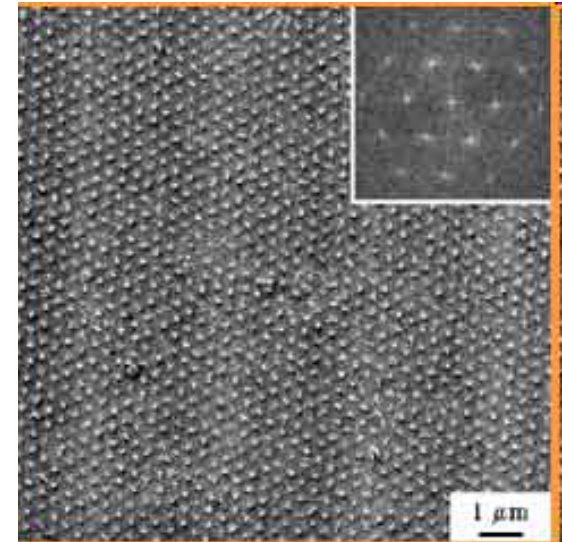
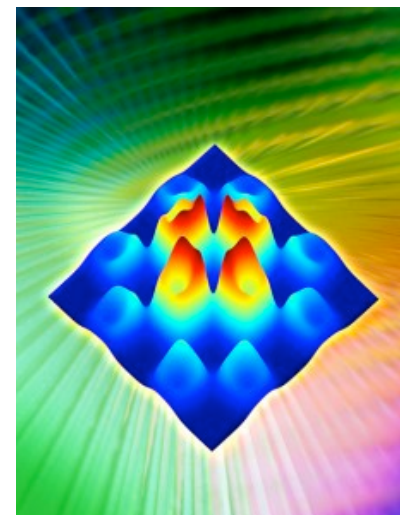
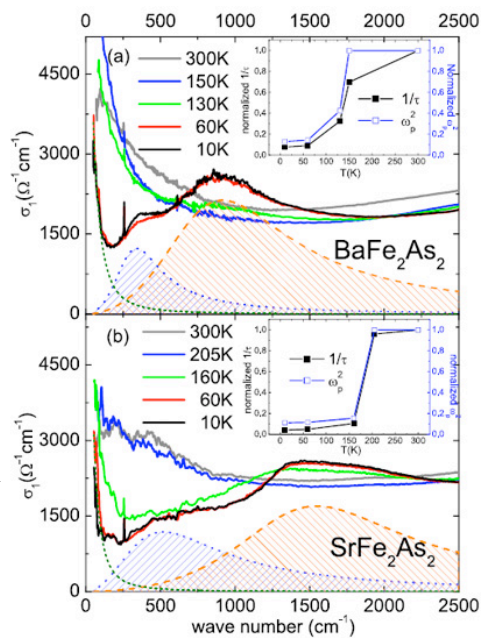
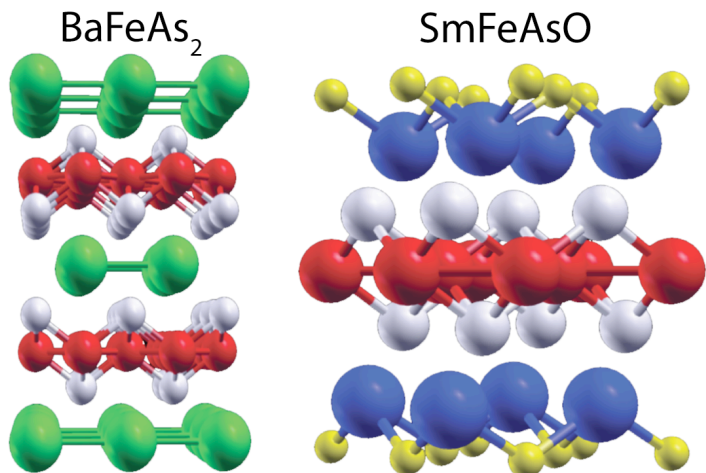


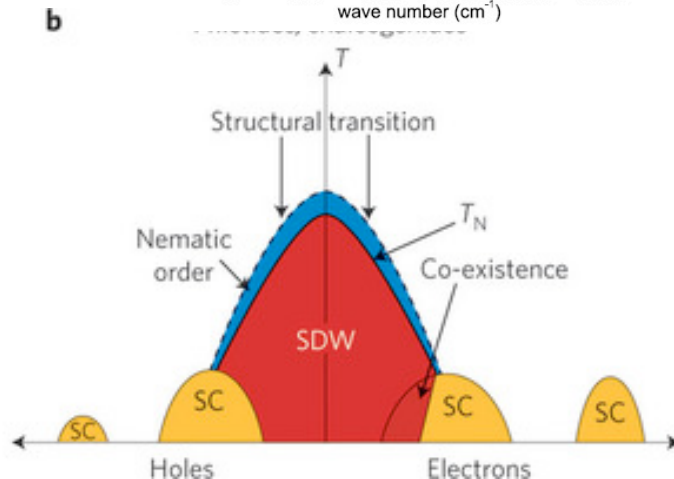
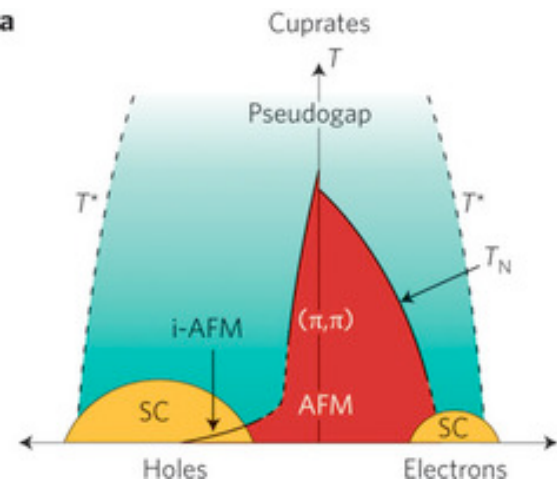
Figure 1. Resistivity measurement of a bulk MgB_2 sample: the main graph shows $\rho \times T$ up to room temperature; inset focuses the double transition, revealing a granular characteristic.



2008: открытие сверхпроводимости в пниктидах – соединениях железа и мышьяка

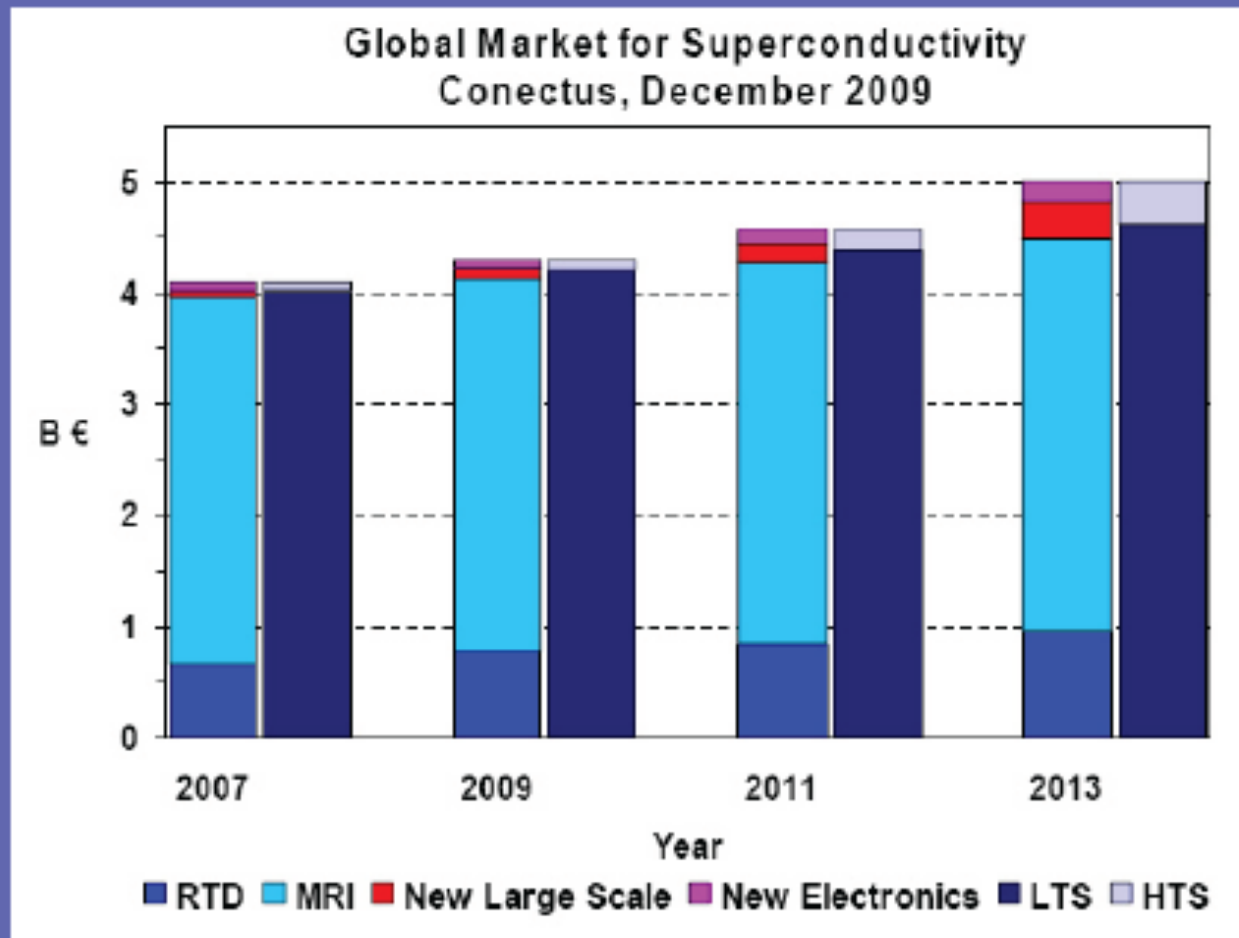


Симуляция электронных возбуждений в железистом сверхпроводнике



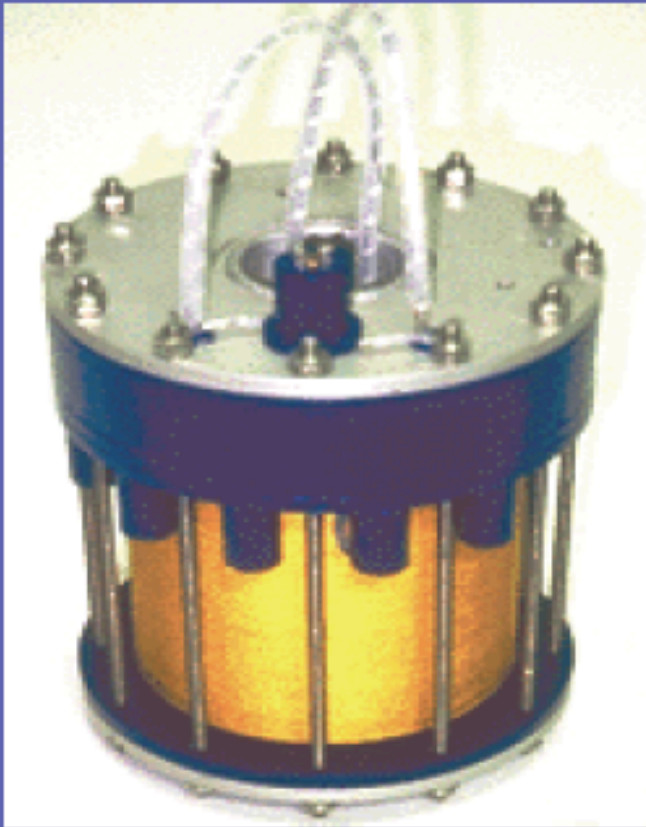
Применения сверхпроводимости

1. Сильно-точные применения (магниты и транспорт)
2. Слаботочные применения – джозефсоновская электроника и сенсоры



Магниты для исследовательских лабораторий

Superconducting magnets for research laboratories

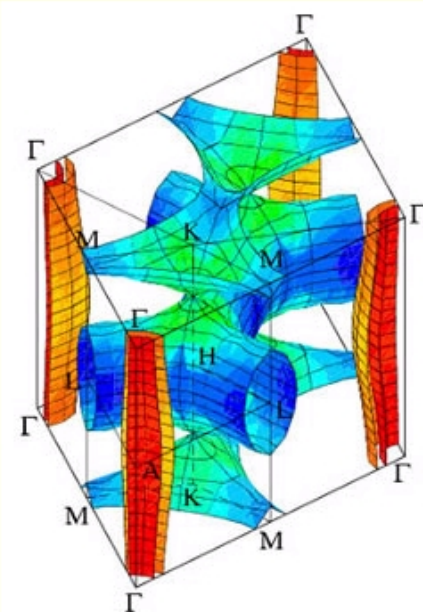
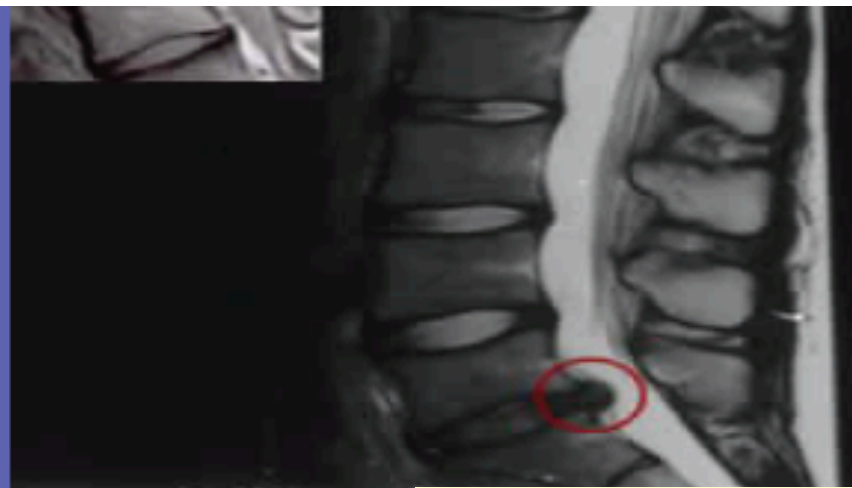


NbTi



MgB₂

Магниты для установок ядерной магнитной томографии

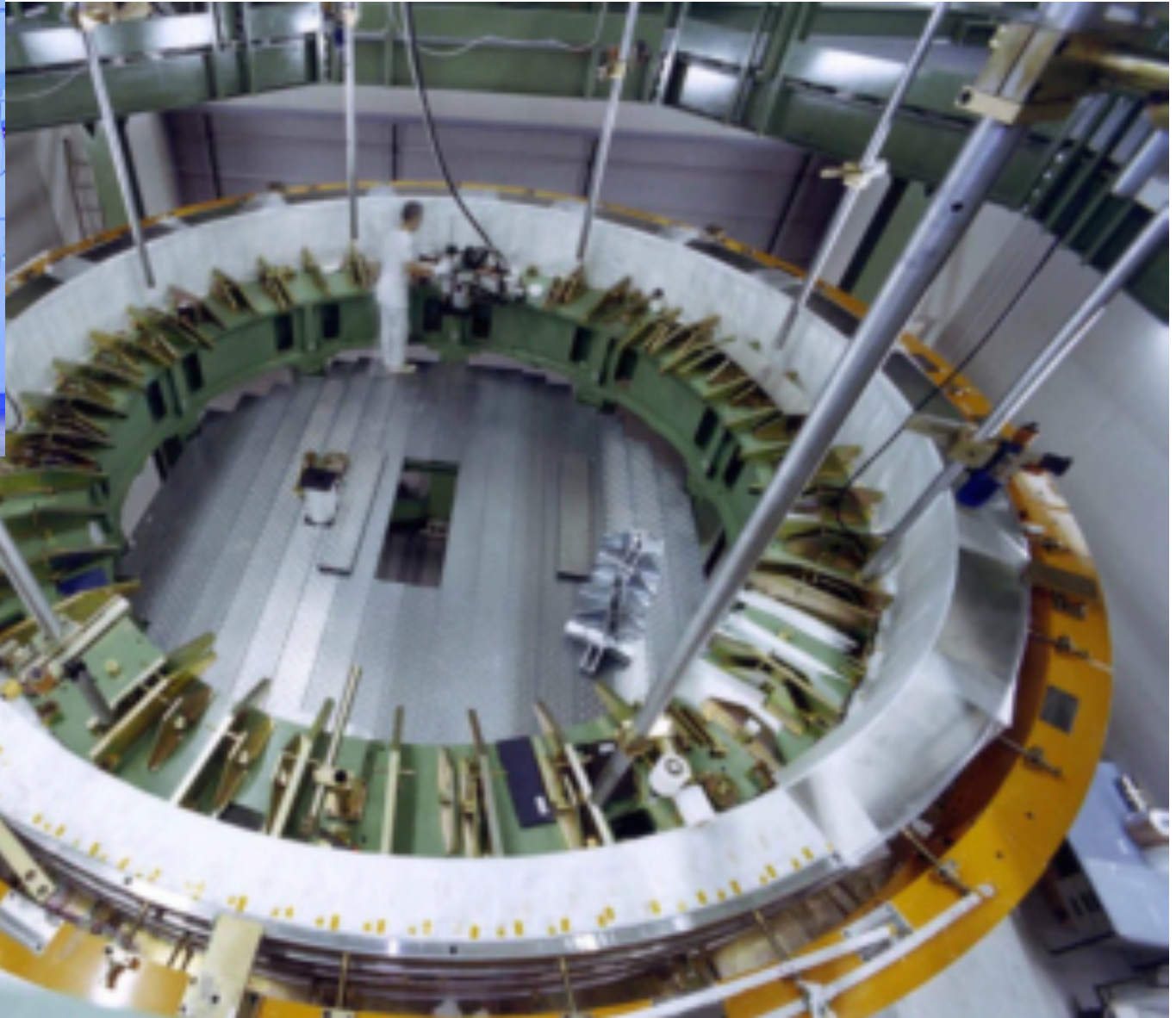


Научные и промышленные установки для ЯМР



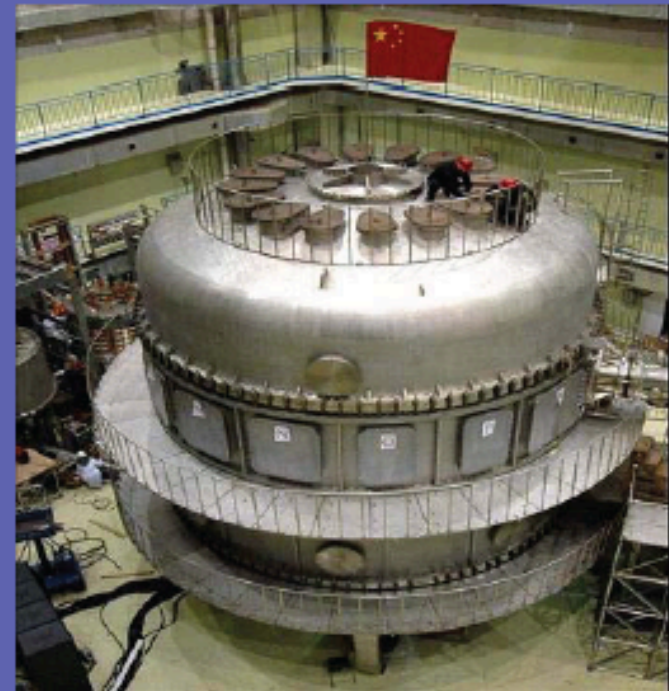
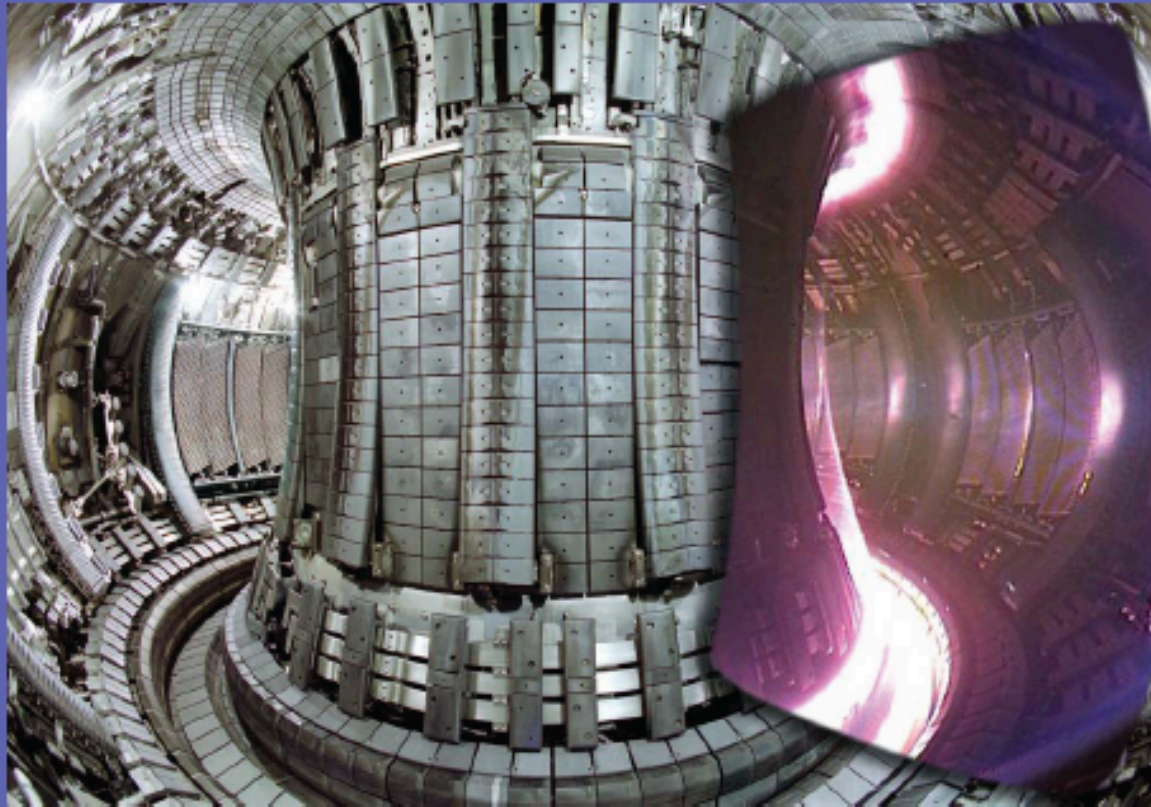
**900 MHz сверхпроводящая
ЯМР установка для
изучения различных
био- макромолекул,
необходимых
в фармакологии.
Yokohama City University**

Мощные сверхпроводящие магниты



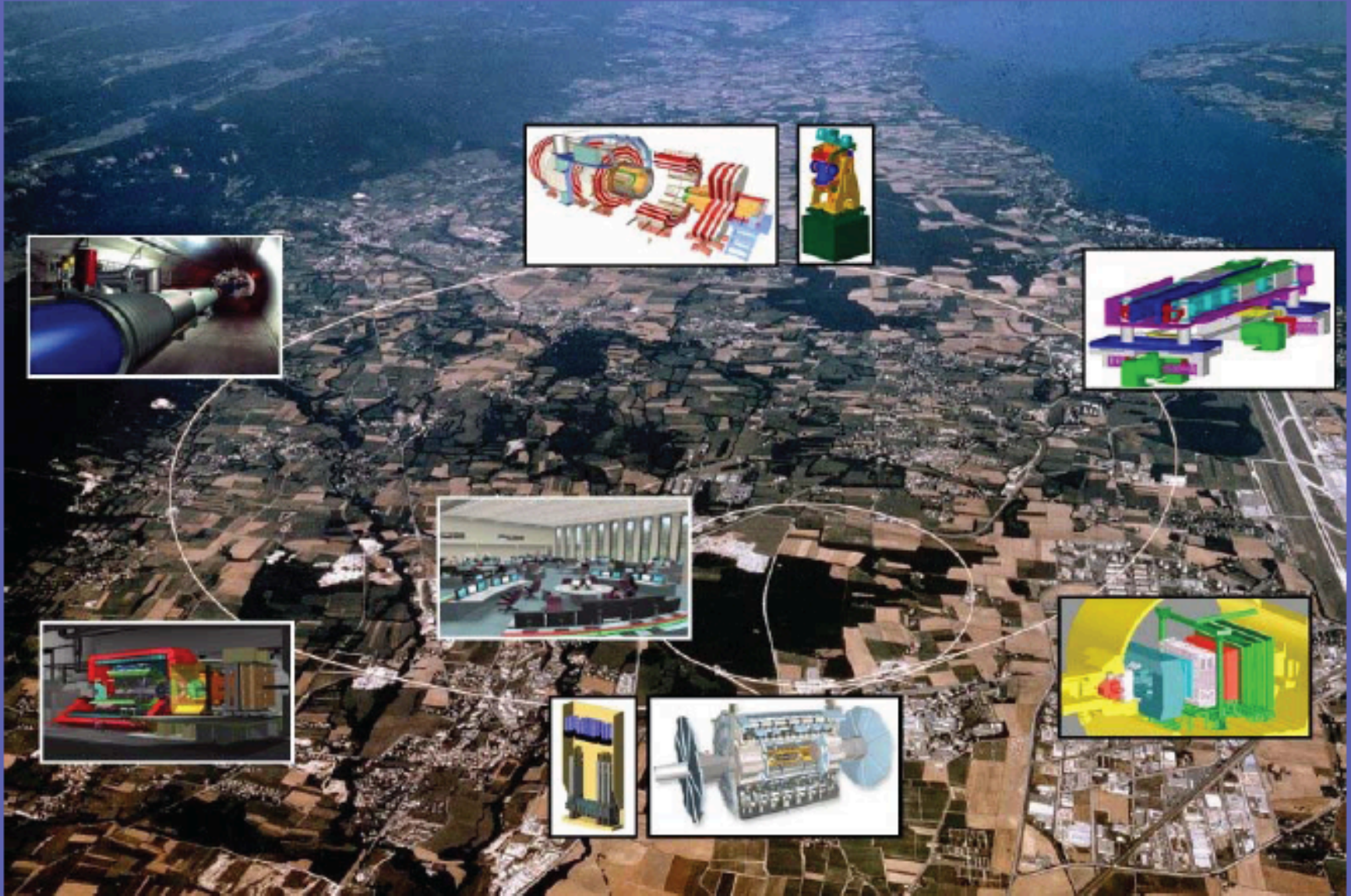
Сверхпроводящие магниты для термоядерного синтеза

Magnets for fusion experiments (ITER)



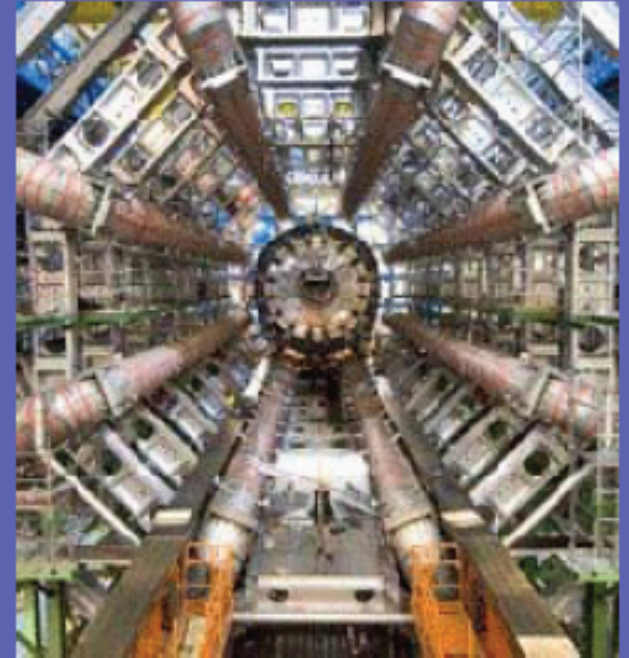
Физика ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

High Energy Physics



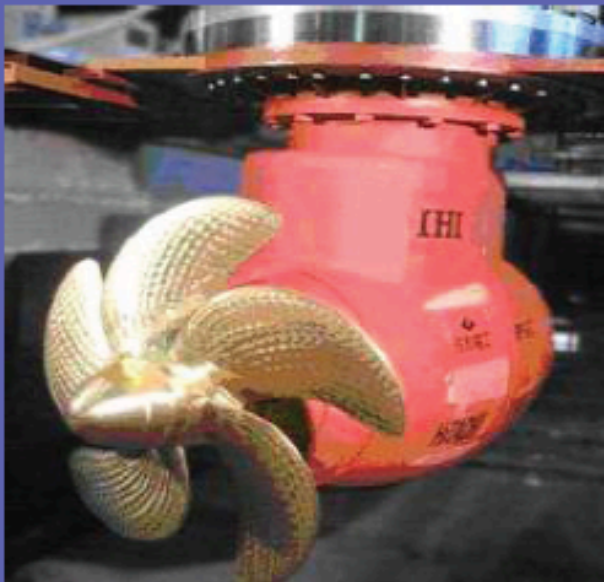
Большой адронный коллайдер в Женева

LHC Superconducting Magnets



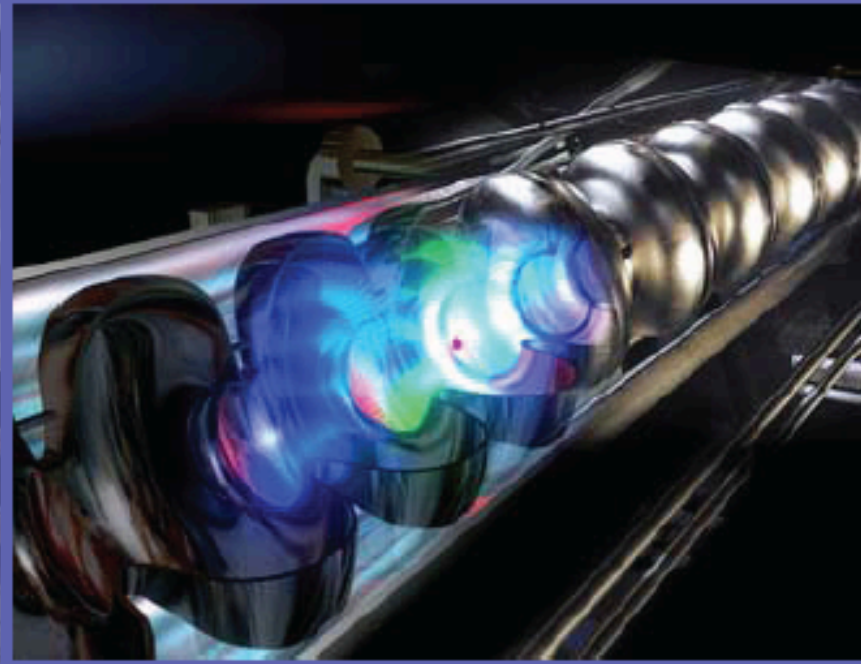
Использование магнитная левитации в ветряных турбинах

Superconducting Motors and Generators

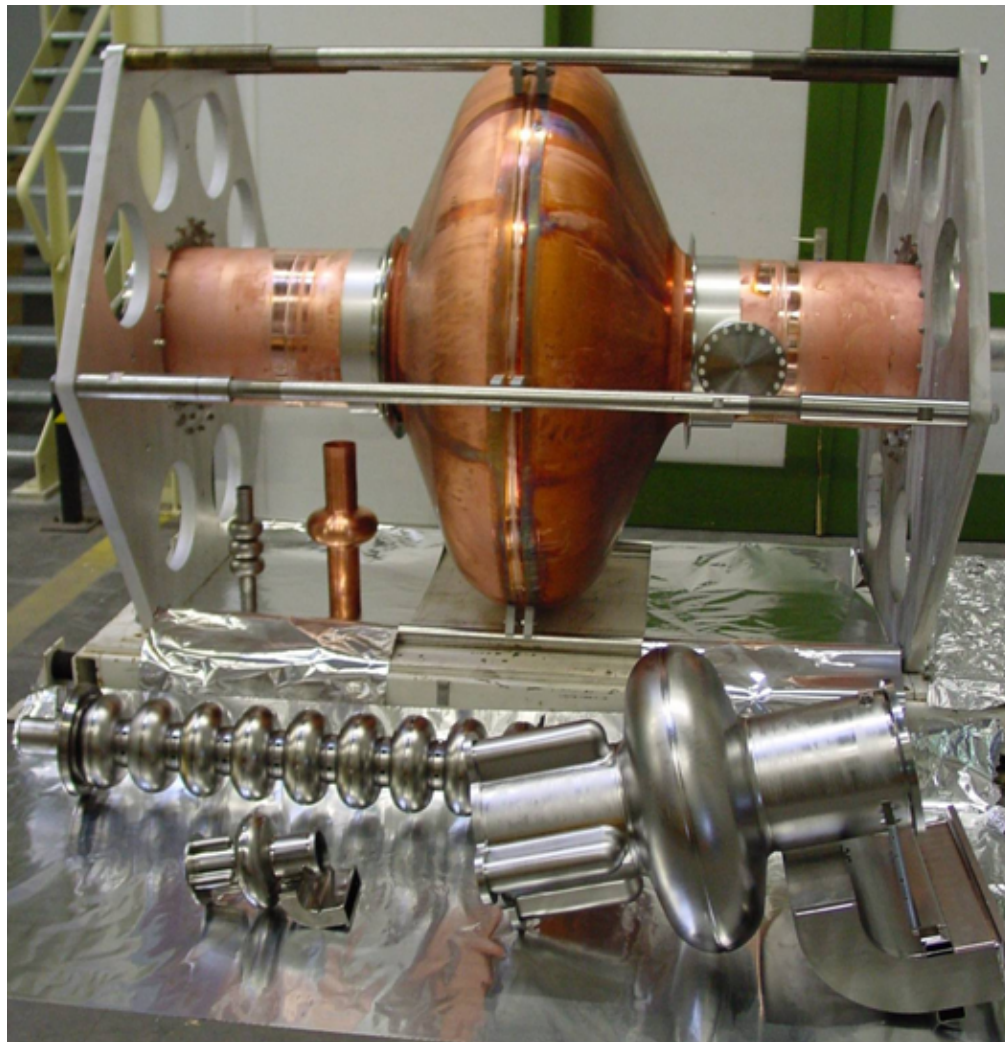


Сверхпроводящие резонаторы для создания ускоряющих переменных электромагнитных полей

Superconducting Accelerating Cavities



Сверхпроводящие резонаторы для ускорителей



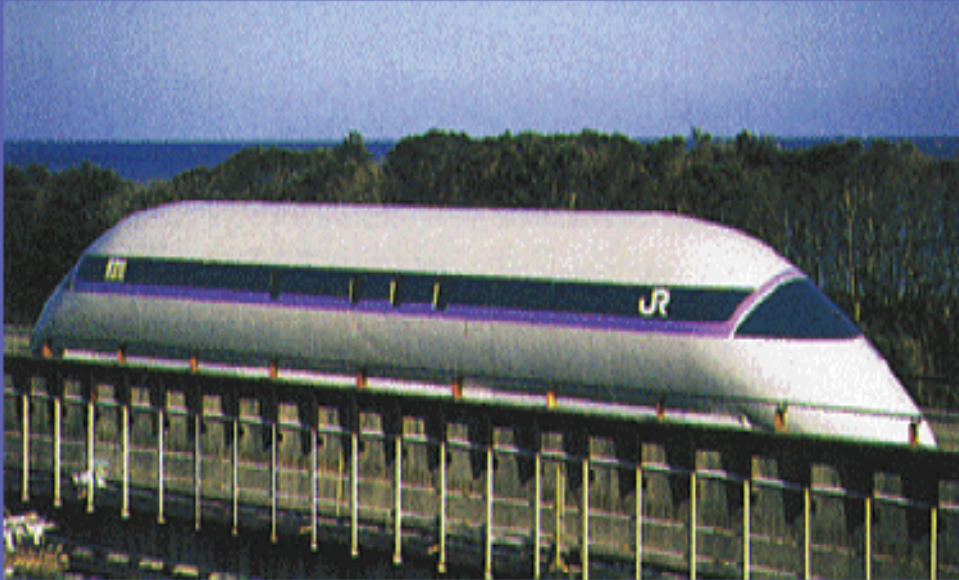
MAGLEV: поезд на сверхпроводящей подушке



The linear motor car experiment vehicles MLX01-01 of Central Japan Railway Company. A photograph is taken in front of 1 JR Central superconductivity linear hall of the pavilion in the 2005 Expo Aichi Japan Nagakute.

MAGLEV: поезд на сверхпроводящей подушке

Magnetic Levitation MAGLEV Trains

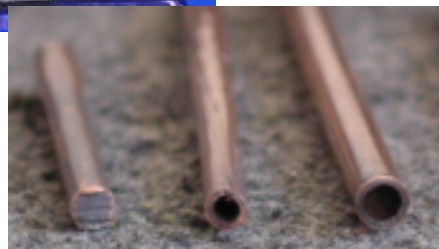
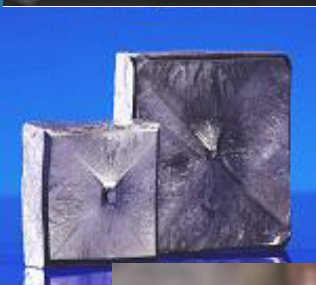
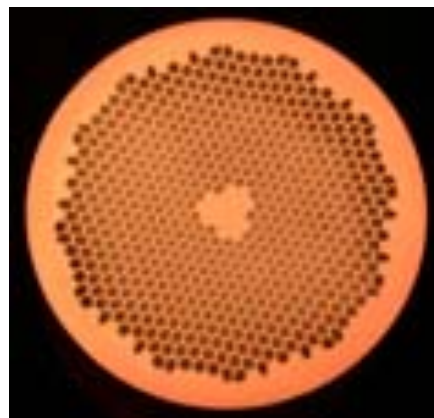


Использование сверхпроводящих кабелей для повышения эффективности соединений

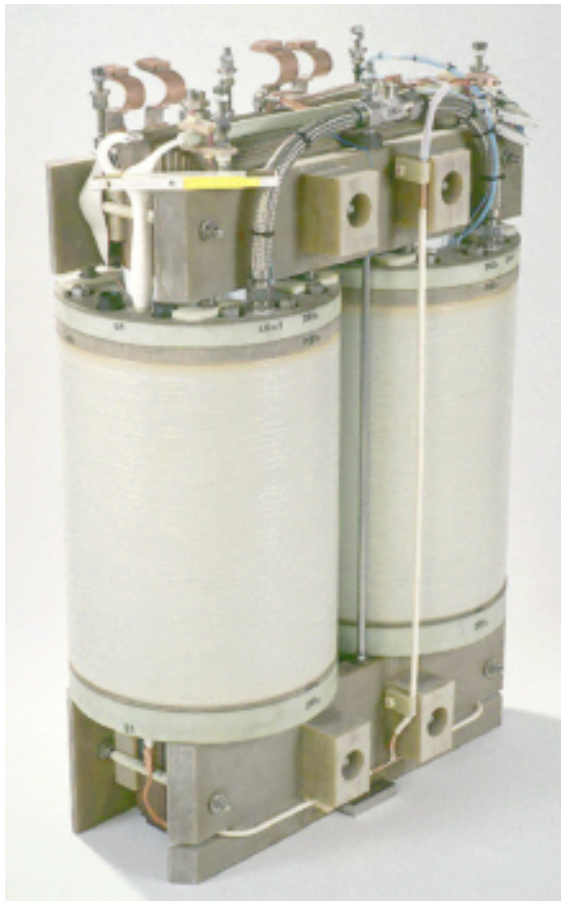
High Tc superconducting cables for high efficiency connections



Передача энергии на расстояния

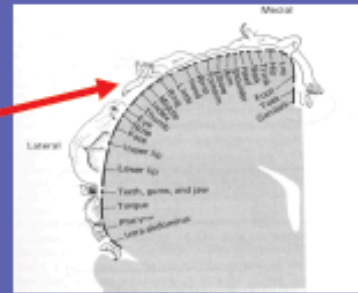
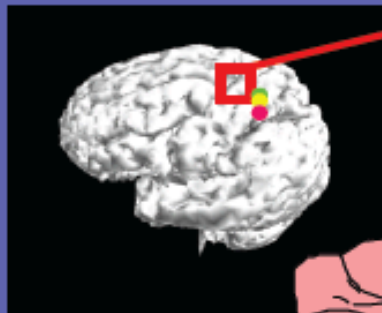


Сравнение обычных и сверхпроводящих трансформаторов для железной дороги



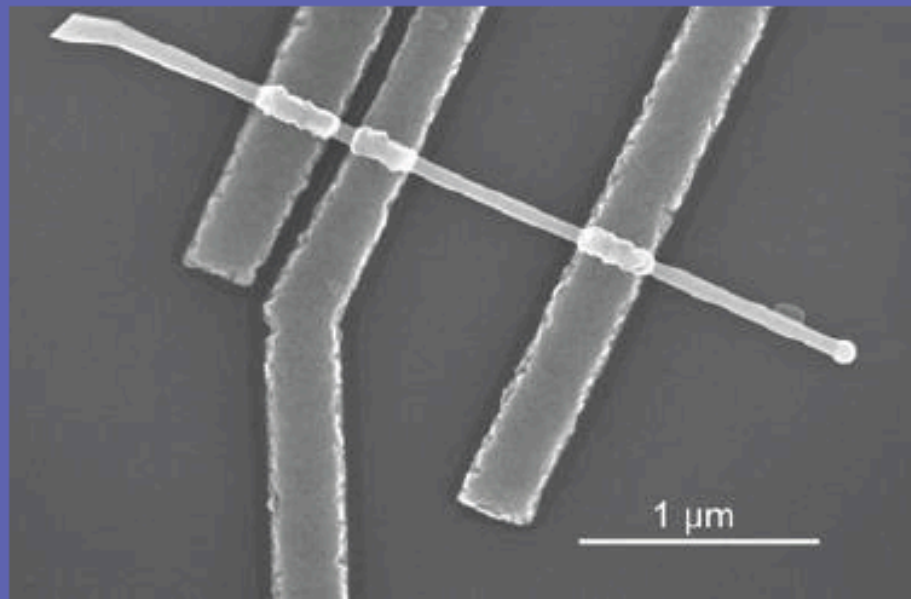
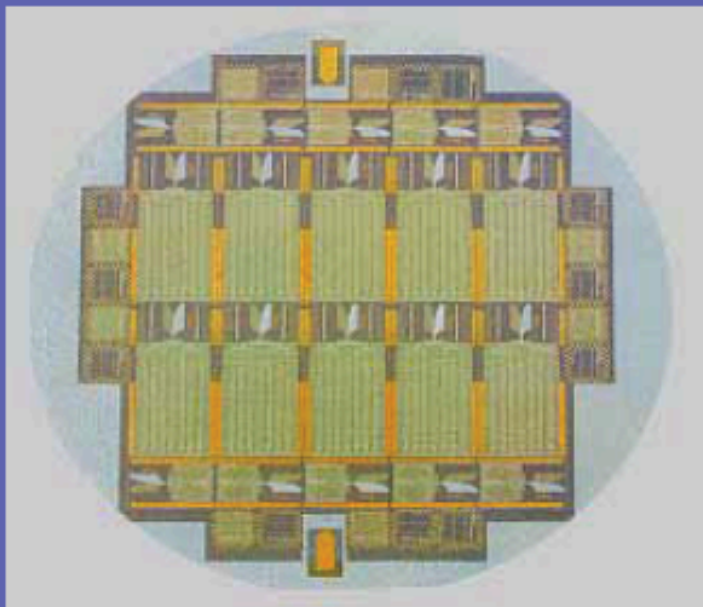
Слаботочные применения сверхпроводников: СКВИД и биомагнетизм

SQUID for Biomagnetism



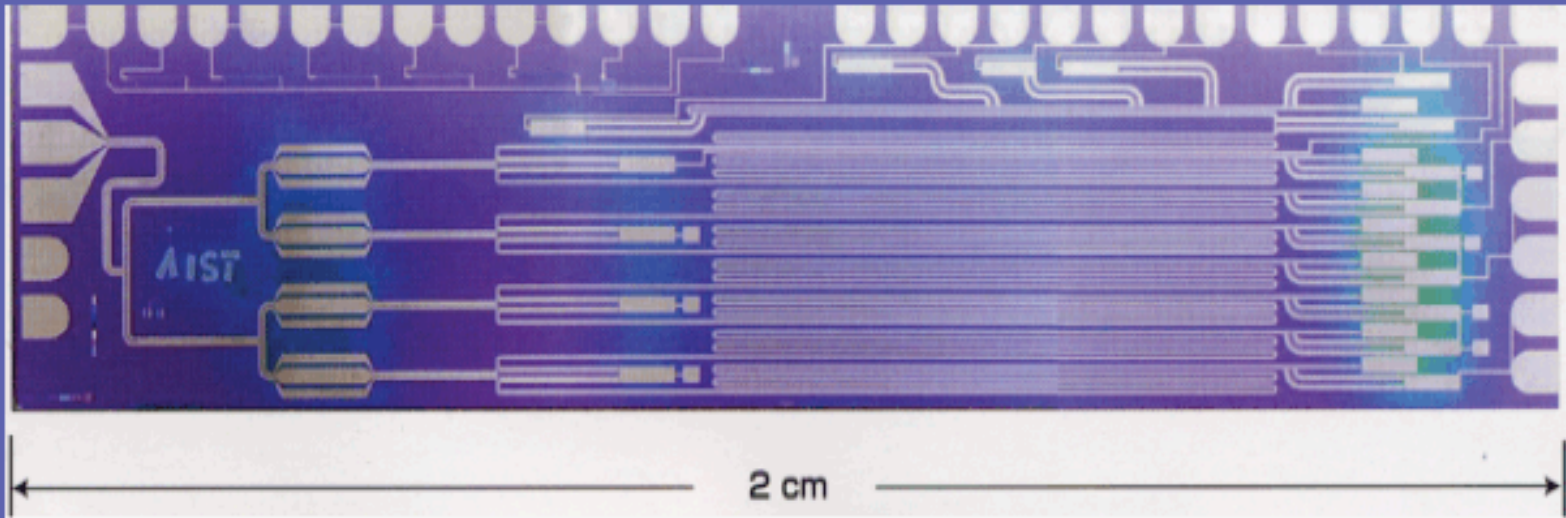
Джозефсоновские переходы и сверхпроводящие цепочки для электроники и квантовых вычислений

Josephson junctions and superconducting circuits for electronics and quantum computation



Метрология: сверхпроводящий стандарт напряжения

Voltage standard maintenance

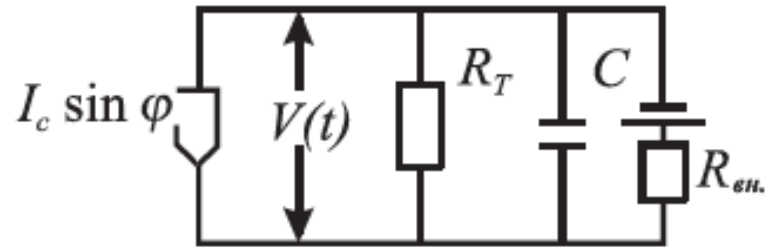
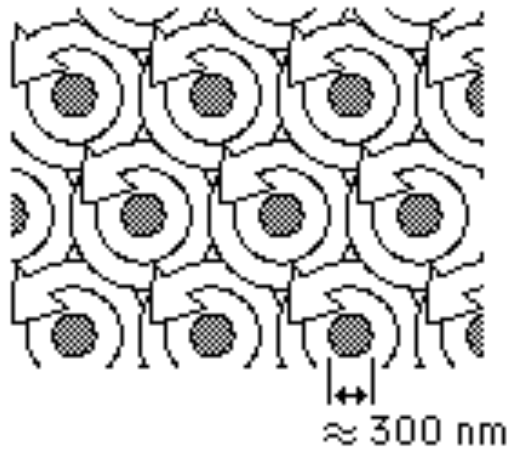


Theory of Fluctuations in Superconductors

ANATOLY LARKIN
ANDREI VARLAMOV



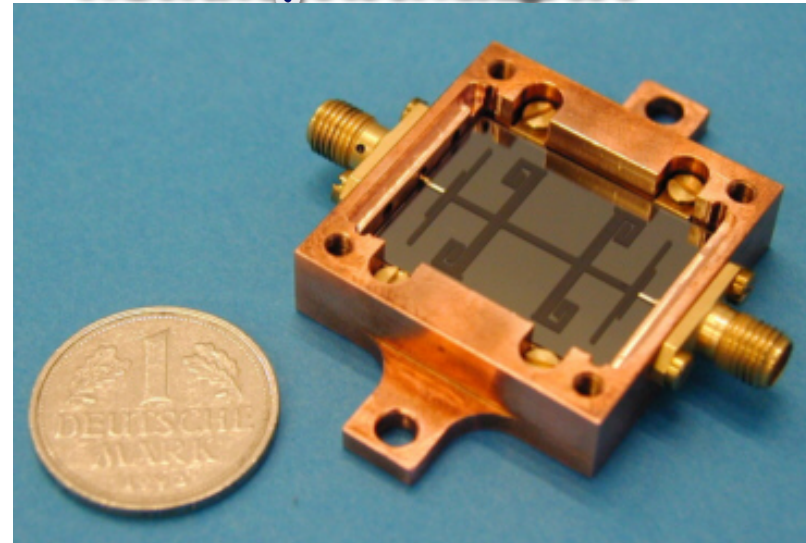
OXFORD SCIENCE PUBLICATIONS



$$K(\omega) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi\tilde{\Gamma}}} \exp \left[- \left(\frac{\omega - \omega_J}{\tilde{\Gamma}} \right)^2 \right]$$

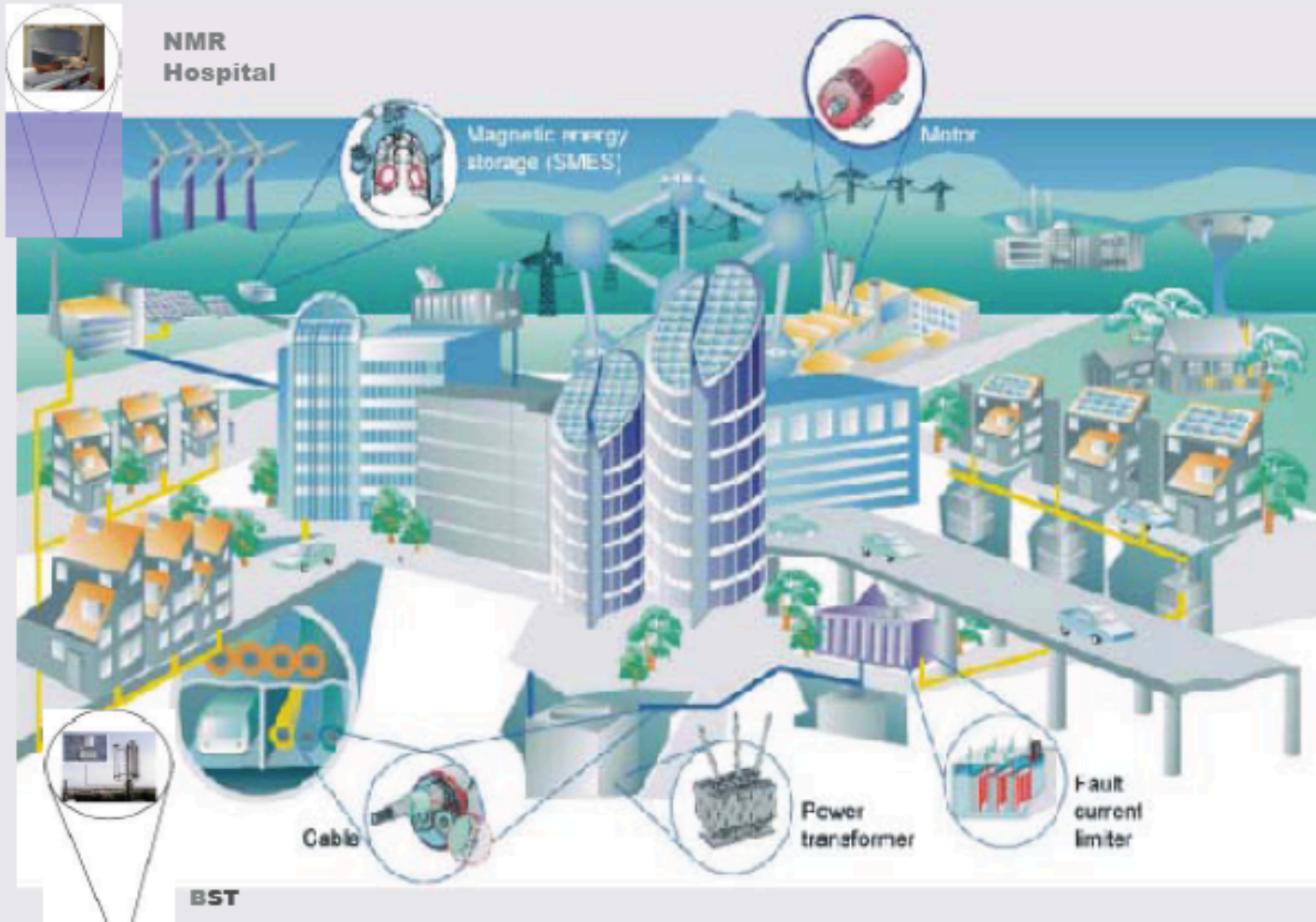


Криогенные высокочастотные фильтры для беспроводных коммуникаций



Сверхпроводящие города будущего

The Superconductive City

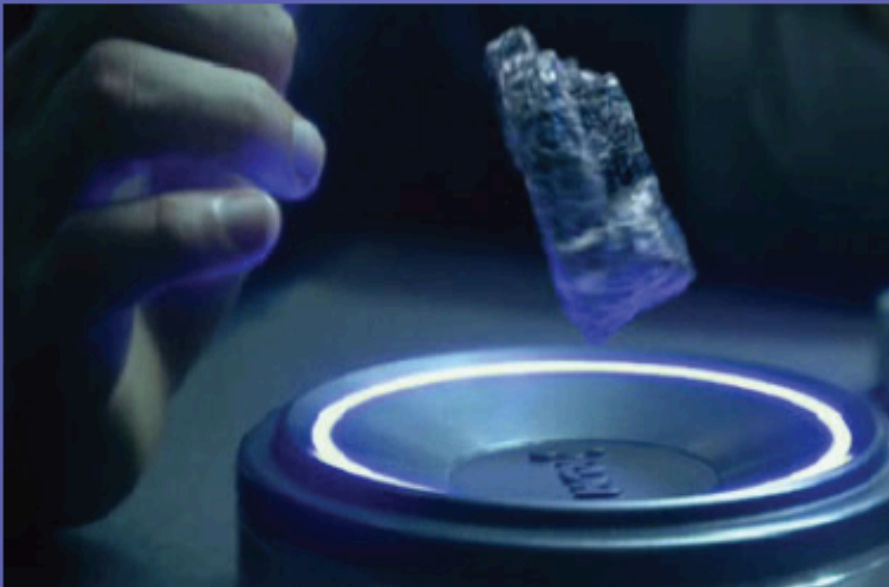


«Аватар» - фантастический фильм о борьбе за Unobtainium

AVATAR



The need to conquer Pandora is because of room temperature superconductors rocks (based on “unobtainium”, an element with atomic number 120)



Unobtainium – мифический высокотемпературный сверхпроводник



